COGNOME	______________________	NON SCRIVERE QUI	
NOME	______________________	1 | 2 | 3 | 4 | 5	
MATRICOLA	|_|_|_|_|_|_|		
LAUREA	CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2024-2025 — PARMA, 5 FEBBRAIO 2026

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate la lunghezza L della curva parametrica $\gamma(t) = t^2 e_1 + t^3 e_2 + (t^3/3)e_3$, $t \in [0, \sqrt{6}]$.

Esercizio 2. Determinate $a \in \mathbb{R}$ in modo che il piano tangente al grafico della funzione

$$f(x, y) = (x + ay)\mathrm{e}^{xy}, \qquad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

nel punto $P = (0, 1)$ sia perpendicolare al vettore $v = (0, 1, 1)$.

Esercizio 3. Sia

$$f(x, y, z) = x^4 - 4x^2 + y^2 + 4z^2 - 8xz + 8x + 2y - 8z, \qquad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilitene la natura.

(b) Determinate l'immagine $f(\mathbb{R}^3)$.

Esercizio 4. Sia

$$K = \left\{(x, y, z) : \ x, y \ge 0, \ x^2 + y^2 - 2(x + y) + z \le 2 \text{ e } 2x + 2y - z \le 2\right\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K.

(b) Calcolate $I = \displaystyle\int_K xy \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \dfrac{2\mathrm{e}^{x(t)} - 1}{\mathrm{e}^{x(t)}} \\ x(0) = -1, \end{cases}$$

(a) determinate la soluzione massimale $x(t)$;

(b) calcolate i limiti di $x(t)$ agli estremi dell'intervallo massimale di esistenza.