

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2024-2025 — PARMA, 8 GENNAIO 2026

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\gamma} x \, dl(x, y)$$

ove $\gamma: [0, \pi/3] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è la curva parametrica definita da

$$\gamma(t) = (2 \sin t) e_1 + (\cos(2t)) e_2, \quad t \in [0, \pi/3].$$

Esercizio 2. Determinate $c \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione $x(t) = \arctan(e^t + c)$, $t \in \mathbb{R}$, sia soluzione dell'equazione differenziale

$$x'(t) = \frac{e^t}{e^{2t} + 2 \tan(x(t))}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 3. Determinate i numeri $a \in \mathbb{R}$ per i quali il campo vettoriale $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ di componenti $f = (f^1, f^2)$ definite da

$$\begin{cases} f^1(x, y) = (ax - 2y) \cos(x + y) - x^2 \sin(x + y) \\ f^2(x, y) = -2y \cos(x + y) - (x^2 + 2) \sin(x + y) \end{cases} \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

risulta conservativo in \mathbb{R}^2 e per tali a calcolate l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\gamma} f \cdot dl$$

ove γ è la curva parametrica $\gamma(t) = t(t - \pi/2)e_1 + te_2$, $t \in [0, \pi/2]$.

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : 0 \leq x, y, z \leq 1 \text{ e } x - 2y - 2z \leq -2\}.$$

(a) Descrivete e disegnate l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K xy \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Data l'equazione differenziale

$$x''(t) - x'(t) = \frac{2e^{3t}}{e^t + 1},$$

determinate

- (a) tutte le soluzioni dell'equazione differenziale;
- (b) la soluzione del problema di Cauchy con $x(0) = x'(0) = 0$.