

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA    CIV AMB    GEST    INF ELN TLC    MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA  
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA  
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2  
 A.A. 2024-2025 — PARMA, 14 NOVEMBRE 2025

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

**Esercizio 1.** Determinate e disegnate l'insieme  $A$  dei punti  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  in cui la forma quadratica associata alla matrice hessiana della funzione  $f(x, y) = 2x^3 + 3xy^2$ ,  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  è definita negativa.

**Esercizio 2.** Determinate i numeri  $a, b \in \mathbb{R}$  per i quali il campo vettoriale  $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$  di componenti  $f = (f^1, f^2)$  definite da

$$f^1(x, y) = e^{xy} (x^2y + y^4 + ax); \quad f^2(x, y) = e^{xy} (x^3 + xy^3 + by^2) :$$

per ogni  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  risulta conservativo in  $\mathbb{R}^2$  e per tali numeri  $a$  e  $b$  calcolate l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} f \cdot dl$$

ove  $\gamma$  è l'arco parametrico definito da  $\gamma(t) = (t \arctan t)e_1 + (t^2 + t^3 \sin t)e_2$ ,  $t \in [-1, 1]$ .

**Esercizio 3.** Dati il punto  $P = (0, 0, 1/2)$  e l'ellissoide

$$\Sigma = \{(x, y, z) : 2x^2 + 4y^2 + z^2 = 2\},$$

determinate

- (a) la distanza di  $P$  da  $\Sigma$ ;
- (b) il minimo  $R > 0$  per il quale la palla chiusa di centro  $P$  e raggio  $R$  contiene l'ellissoide  $\Sigma$ .

**Esercizio 4.** Sia

$$K = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z \leq 1 \text{ e } x + y + z \geq 0\}.$$

- (a) Descrivete l'insieme  $K$ .
- (b) Calcolate  $I = \int_K xy d(x, y, z)$ .

**Esercizio 5.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 3t^2 ([x(t)]^2 - x(t)) \\ x(0) = \frac{1}{1 - e} \end{cases}$$

determinate

(a) la soluzione massimale  $x(t)$ ;

(b) i limiti di  $x(t)$  agli estremi dell'intervallo massimale di esistenza.

---