

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA    CIV AMB    GEST    INF ELN TLC    MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA  
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA  
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2  
 A.A. 2024-2025 — PARMA, 10 SETTEMBRE 2025

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

**Esercizio 1.** Data la curva piana  $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  di equazione polare  $\rho(\theta) = \theta^2$ ,  $\theta \in [0, 2\pi]$ , calcolate l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\gamma} \frac{1}{4 + \sqrt{x^2 + y^2}} dl(x, y).$$

**Esercizio 2.** Determinate i punti  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  in cui il piano tangente al grafico della funzione

$$f(x, y) = (x + y)e^{xy}, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

è perpendicolare al vettore  $n = (1, 1, -1)$ .

**Esercizio 3.** Sia  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xyz, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- (a) Determinate i punti critici di  $f$  e stabilite la natura.
- (b) Determinate l'immagine  $f(\mathbb{R}^3)$  di  $f$ .

**Esercizio 4.** Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : x^2/9 + y^2/9 + z^2/16 \leq 1 \text{ e } z \geq \sqrt{x^2 + y^2} \right\}.$$

- (a) Descrivete l'insieme  $K$ .
- (b) Calcolate il volume (misura) di  $K$ .

**Esercizio 5.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = [x(t)]^2 + 4x(t) \\ x(0) = 1, \end{cases}$$

determinate

- (a) la soluzione massimale  $x(t)$ ;
- (b) i limiti di  $x(t)$  agli estremi dell'intervallo massimale di esistenza.