

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2024-2025 — PARMA, 16 LUGLIO 2025

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Determinate l'equazione parametrica della retta tangente alla curva parametrica

$$\gamma(t) = (\cos(2t))e_1 + (e^{2t} \operatorname{sen} t)e_2, \quad t \in \mathbb{R}.$$

nel punto $t_0 = \pi/6$.

Esercizio 2. Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ una funzione tale che

$$f(1, 1) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad Df(1, 1) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

e sia $g \in C^\infty(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ la funzione di componenti $g = (g^1, g^2)$ definite da

$$g^1(u, v) = u \log(1 + v^2) \quad \text{e} \quad g^2(u, v) = u^2 v$$

per ogni $(u, v) \in \mathbb{R}^2$. Calcolate la matrice gradiente della funzione composta $h = g \circ f$ nel punto $(1, 1)$.

Esercizio 3. Siano $a, b \in \mathbb{R}$ e sia $f \in C^\infty(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ il campo vettoriale di componenti $f = (f^1, f^2)$ definite da

$$\begin{cases} f^1(x, y) = (2x - 2y) \cos(x + y) - x^2 \operatorname{sen}(x + y) \\ f^2(x, y) = (ax - 2y) \cos(x + y) + (b - x^2) \operatorname{sen}(x + y) \end{cases} \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- (a) Determinate a e b in modo che il campo f sia conservativo in \mathbb{R}^2 .
- (b) Per tali valori a e b , calcolate l'integrale curvilineo di f lungo la curva parametrica

$$\gamma(t) = (\pi + t(t - \pi/2)) e_1 + t e_2, \quad t \in [0, \pi/2].$$

Esercizio 4. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 - 2\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2\sqrt{x^2 + y^2} - 3 \text{ e } 0 \leq y \leq x \right\}.$$

- (a) Descrivete e disegnate l'insieme K .

- (b) Calcolate $I = \int_K x \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Data l'equazione differenziale

$$x''(t) - 2x'(t) + 2x(t) = e^t \cos^2 t \sin^2 t,$$

determinate

- (a) tutte le soluzioni $x(t)$ dell'equazione differenziale;
- (b) la soluzione $x(t)$ tale che $x(0) = x'(0) = 0$.