

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2023-2024 — PARMA, 16 APRILE 2025

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate la lunghezza L della curva parametrica $\gamma(t) = \log(\cos t)e_1 + te_2$, $t \in [0, \pi/4]$.

Esercizio 2. Determinate la funzione $g \in C^1(\mathbb{R})$ per la quale il campo vettoriale $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ di componenti $f = (f^1, f^2)$ definite da

$$\begin{cases} f^1(x, y) = x^2(y^3 + 3y^2/2) \\ f^2(x, y) = g(x)(y^2 + y) \end{cases} \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

risulta conservativo in $\mathbb{R}^2$ e, data la curva parametrica $\gamma(t) = (\cos t)e_1 + (\sin t)e_2$, $t \in [-\pi/2, \pi/2]$, risulta

$$\int_{\gamma} f \, dl = \frac{2}{3}.$$

Esercizio 3. Sia

$$f(x, y, z) = 2 \log(x + 2y) - 2yz - z^2 - x + 6z, \quad (x, y, z) \in D.$$

Determinate

- (a) il dominio D di f ;
- (b) i punti critici di f e la loro natura.

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4 \text{ e } \max\{0, 1 - (x^2 + y^2)\} \leq z \leq 1\}.$$

- (a) Descrivete l'insieme K .
- (b) Calcolate $I = \int_K z^2 \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Data l'equazione differenziale

$$x''(t) + x'(t) = \frac{1}{1 + e^t},$$

determinate

- (a) tutte le soluzioni $x(t)$ dell'equazione differenziale;
- (b) la soluzione $x(t)$ tale che $x(0) = x'(0) = 0$.