

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2023-2024 — PARMA, 6 FEBBRAIO 2025

Compilete l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 3 \text{ e } xy > 1\}$. Disegnate l'insieme A e stabilite, giustificando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è falsa: (a) A non ha punti isolati; (b) A ha un asse di simmetria; (c) A è chiuso.

Esercizio 2. Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ il campo di vettori conservativo con la seguente proprietà: per ogni punto $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, l'integrale curvilineo di f lungo una qualunque curva liscia γ con punto iniziale $(\pi/2, 1, 0)$ e punto finale (x, y, z) è uguale a

$$\int_{\gamma} f \cdot dl = xe^{yz} \sin(x + z) - \pi/2.$$

Calcolate $f(\pi/2, 1, 0)$.

Esercizio 3. Sia

$$f(x, y, z) = x + 2\sqrt{2}y + 2\sqrt{3}z, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinate gli estremi globali di f sull'insieme

$$K = \{(x, y, z) : x^2 + 2y^2 + 3z^2 \leq 1\}.$$

(b) Determinate l'immagine $f(K)$.

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : |x| + |y| \leq 1 \text{ e } 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K x^2 d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Data l'equazione differenziale

$$x''(t) - 4x'(t) + 5x(t) = e^{2t} \cos t \sin t,$$

determinate

(a) tutte le soluzioni $x(t)$ dell'equazione differenziale;

(b) la soluzione $x(t)$ tale che $x(0) = x'(0) = 0$.