

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2023-2024 — PARMA, 9 GENNAIO 2025

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $g \in C^\infty(\mathbb{R}^2)$ una funzione tale che

$$\nabla g(1, -1) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

e sia $h(x, y) = g(e^{2x}(y+1), e^{3y}(5x-1))$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Calcolate le derivate parziali di h in $(0, 0)$.

Esercizio 2. Stabilite se il campo vettoriale $f \in C^\infty(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ di componenti $f = (f^1, f^2, f^3)$ definite da

$$f^1(x, y, z) = y^4 z^2; \quad f^2(x, y, z) = 4xy^3 z^2; \quad f^3(x, y, z) = xy^4 z;$$

per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ è conservativo e calcolate l'integrale curvilineo (lavoro) lungo la curva parametrica $\gamma: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\gamma(t) = (\cos t)e_1 + (\sin t)e_2 + (t)e_3$ per $t \in [0, \pi]$.

Esercizio 3. Sia

$$\Gamma = \{(x, y, z) : z = x^2 + y^2 \text{ e } 3x + 4y + 2z = -2\}.$$

- (a) Provate che Γ è una curva regolare e compatta di \mathbb{R}^3 .
- (b) Determinate il massimo ed il minimo globale di $f(x, y, z) = x^2 - y^2 + z$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, su Γ .

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : 0 \leq y \leq 2 - |x| \text{ e } x + y \leq z \leq 2\}.$$

- (a) Descrivete e disegnate l'insieme K .
- (b) Calcolate $I = \int_K z \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -t \frac{[x(t)]^2 + 1}{x(t)} \\ x(0) = x_0 < 0, \end{cases}$$

determinate

- (a) la soluzione massimale corrispondente al dato iniziale $x_0 = -1$;
- (b) per quali dati iniziali $x_0 < 0$ la soluzione massimale risulta definita per $t = 1$.