

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2023-2024 — PARMA, 22 NOVEMBRE 2024

Compilate l' intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\gamma} (5x + \sqrt{y} + 18z) \, dl(x, y, z)$$

ove $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è la curva parametrica definita da

$$\gamma(t) = te_1 + t^2e_2 + 2t^3/3, \quad t \in [0, 1].$$

Esercizio 2. Determinate tutte le funzioni $g \in C^1(\mathbb{R})$ per le quali il campo vettoriale $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ di componenti $f = (f^1, f^2)$ definite da

$$\begin{cases} f^1(x, y) = xg(y) \\ f^2(x, y) = x^2y \end{cases} \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

risulta conservativo in \mathbb{R}^2 e per tali funzioni g determinate il potenziale di f che si annulla nell'origine.

Esercizio 3. Sia

$$\Gamma = \{(x, y, z) : z + 1/2 = x^2 + y^2 \text{ e } x + y + z = 1\}.$$

- (a) Provate che Γ è una curva regolare e compatta di \mathbb{R}^3 .
- (b) Determinate il massimo ed il minimo globale di $f(x, y, z) = x^2 + y - z$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, su Γ .

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : x + y + z \geq 1 \text{ e } 0 \leq x, y, z \leq 1\}.$$

- (a) Descrivete e disegnate l'insieme K .
- (b) Calcolate $I = \int_K z \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = [x(t)]^2 - 2x(t) + 1 \\ x(0) = x_0 > 1, \end{cases}$$

determinare

- (a) la soluzione massimale corrispondente al dato iniziale $x_0 = 2$;
- (b) per quali dati iniziali $x_0 > 1$ la soluzione massimale risulta definita per $t = 2$.
-