

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA    CIV AMB    GEST    INF ELN TLC    MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA  
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA  
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2  
 A.A. 2023-2024 — PARMA, 10 SETTEMBRE 2024

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.  
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

**Esercizio 1.** Scrivete l'equazione del piano tangente al grafico della funzione

$$f(x, y) = \arctan(x^2 y^3), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

nel punto  $P = (-1, 1)$ .

**Esercizio 2.** Calcolate l'integrale curvilineo (lavoro) del campo vettoriale  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  di componenti

$$f^1(x, y) = -x^3 y \quad \text{e} \quad f^2(x, y) = xy^3$$

$((x, y) \in \mathbb{R}^2)$  lungo la curva parametrica  $\gamma: [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da

$$\gamma(t) = (\cos t)e_1 + (\sin t)e_2, \quad t \in [0, \pi/4].$$

**Esercizio 3.** Sia

$$f(x, y, z) = x^3 - xy^2 - y^2 + 2z^2 + 2xz - x - 2z, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- (a) Determinate gli eventuali punti critici di  $f$  e stabilitene la natura.
- (b) Determinate l'immagine  $f(\mathbb{R}^3)$ .

**Esercizio 4.** Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 - 2\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4\sqrt{x^2 + y^2} - x^2 - y^2 \text{ e } x \leq y \leq \sqrt{3}x \right\}.$$

- (a) Descrivete l'insieme  $K$ .
- (b) Calcolate  $I = \int_K xy d(x, y, z)$ .

**Esercizio 5.** Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = 5 \sin t + 2t \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

- (a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale.
- (b) Determinate la soluzione del problema di Cauchy.