

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2023-2024 — PARMA, 17 LUGLIO 2024

Compilete l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia Γ la curva regolare di $\mathbb{R}^3$ ottenuta come intersezione tra l'ellissoide di equazione $4x^2 + y^2 + 2z^2 = 7$ e il piano di equazione $2x + y + z = 4$. Trovate le coordinate di un versore tangente alla curva Γ nel punto $P = (1, 1, 1)$.

Esercizio 2. Calcolate il lavoro L compiuto dal campo di vettori $f \in C^\infty(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ di componenti

$$f^1(x, y, z) = xy; \quad f^2(x, y, z) = yz; \quad f^3(x, y, z) = zx;$$

per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ lungo l'arco parametrico $\gamma(t) = te_1 + t^2e_2 + t^3e_3$, $t \in [0, 1]$.

Esercizio 3. Calcolate la distanza del punto $P = (0, 0, 4)$ dal paraboloide

$$\Sigma = \{(x, y, z) : z = x^2 + 2y^2\}.$$

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : (x + 1/2)^2 + (y + 1/2)^2 + z \leq 1, x + y + z \geq -1 \text{ e } x, y \geq 0\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K xy \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Determinate la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -x(t) \log^2(x(t)) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

con $x_0 = e$ e $x_0 = 1/e$.