

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2023-2024 — PARMA, 12 GIUGNO 2022

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Determinate per quali $a \in \mathbb{R}$ risulta

$$x^2 - 2xy + 2y^2 + 6yz + az^2 > 0$$

per ogni $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$.

Esercizio 2. Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ il campo vettoriale di componenti $f = (f^1, f^2, f^3)$ definite da

$$f^1(x, y, z) = x^3; \quad f^2(x, y, z) = e^{2y}; \quad f^3(x, y, z) = \cos z;$$

per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Calcolate il lavoro L di f lungo la curva parametrica

$$\gamma(t) = e^{2t}e_1 + t^2 \cos(\pi t)e_2 + t^4 e^{4t}e_3, \quad t \in [0, 1].$$

Esercizio 3. Sia

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 - 3z^2, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinate il minimo e il massimo globale di f sull'ellissoide

$$\Sigma = \{(x, y, z) : 2x^2 + 3y^2 + z^2 = 1\}.$$

(b) Descrivete l'insieme $K = \Sigma \cup \Gamma$ ove

$$\Gamma = \{(x, y, z) : x = 0 \text{ e } y^2 + z^2 = 1\}$$

e calcolate il massimo ed il minimo globale di f su K .

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1/2, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2 \text{ e } 2x + 2y - z \geq 1\}.$$

(a) Descrivete e disegnate l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K x \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Data l'equazione differenziale

$$x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = \frac{1}{e^t \cos t}, \quad 0 < |t| < \pi/2,$$

determinate

- (a) tutte le soluzioni $x(t)$ dell'equazione differenziale;
- (b) la soluzione $x(t)$ tale che $x(0) = 1$ e $x'(0) = 0$.