

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2022-2023 — PARMA, 9 GENNAIO 2024

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $\gamma: [1, 100] \rightarrow \mathbb{R}^3$ la curva parametrica definita da

$$\gamma(t) = t^{-2}e_1 + (t^2 - 7t)e_2 + (\log t)e_3, \quad t \in [1, 100].$$

Determinate $t_0 \in [1, 100]$ in modo che la retta tangente alla curva γ nel punto $\gamma(t_0)$ sia ortogonale al piano π di equazione $x + 12y - 2z = 0$.

Esercizio 2. Siano $f \in C^\infty(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2)$ di componenti $f = (f^1, f^2)$ e $g \in C^\infty(\mathbb{R}^2)$ funzioni tali che

$$f(0, 0, 0) = (0, 0); \quad Df(0, 0, 0) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad Dg(0, 0) = (-1, 3).$$

Calcolate le derivate parziali nel punto di coordinate $(0, 0, 0)$ della funzione composta

$$h(x, y, z) = g(f^1(x, y, z), f^2(x, y, z)), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Esercizio 3. Sia

$$f(x, y, z) = x^3 + xy^2 - y^2 + z^2 - xz - 3x - z, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilitene la natura.

(b) Determinate il minimo e il massimo globale di f sull'insieme

$$K = \{(x, y, z) : x + y \leq 1, x, y \geq 0 \text{ e } z = 1\}.$$

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : 2\sqrt{x^2 + y^2} - 1 \leq z \leq 3 - 2(x^2 + y^2) \text{ e } 0 \leq y \leq x\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K y \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 2x'(t) + 2x(t) = 2e^t \cos t + 2e^t \sin t \\ x(0) = 1, x'(0) = -1. \end{cases}$$

- (a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale.
- (b) Determinate la soluzione del problema di Cauchy.