COGNOME	____________	NON SCRIVERE QUI	
NOME	____________	1 2 3 4 5	
MATRICOLA	⌊_ _ _ _ _ _⌋		
LAUREA	CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2022-2023 — PARMA, 7 SETTEMBRE 2023

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate l'integrale curvilineo

$$I = \int_\gamma 60xy\, dl(x,y)$$

ove $\gamma\colon [0,\sqrt{2}] \to \mathbb{R}^2$ è la curva parametrica definita da

$$\gamma(t) = te_1 + t^2 e_2, \qquad t \in [0,\sqrt{2}].$$

Esercizio 2. Scrivete l'equazione del piano ortogonale al gradiente della funzione

$$f(x,y,z) = x^2y + y^2z - xz^2 - z, \qquad (x,y,z) \in \mathbb{R}^3.$$

nel punto $P = (1,-1,1)$ e contenente tale punto.

Esercizio 3. Determinate la funzione $g \in C^1(\mathbb{R}^2)$ in modo tale che il campo vettoriale $f \in C^1(\mathbb{R}^3,\mathbb{R}^3)$ di componenti

$$\begin{cases} f^1(x,y,z) = xg(y,z) \\ f^2(x,y,z) = x^2 \operatorname{sen}(2y) \qquad (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \\ f^3(x,y,z) = x^2 \mathrm{e}^{-2z} \end{cases}$$

sia conservativo e il lavoro compiuto dal campo f lungo una qualunque curva parametrica liscia a tratti che connette l'origine con il punto di coordinate $(1,\pi,1)$ sia nullo.

Esercizio 4. Sia

$$K = \big\{(x,y,z) :\ 0 \le x \le y \le z \le 1\big\}.$$

(a) Descrivete e disegnate l'insieme K.

(b) Calcolate $I = \displaystyle\int_K xy\, d(x,y,z)$.

Esercizio 5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \cos t\,\big([x(t)]^2 + x(t)\big) \\ x(0) = x_0, \end{cases}$$

determinate

(a) la soluzione massimale corrispondente al dato iniziale $x_0 = -1/2$;

(b) per quali valori del dato iniziale $x_0 > 0$ la soluzione $x(t)$ è definita per ogni t.