COGNOME	____________________	NON SCRIVERE QUI	
NOME	____________________	1 2 3 4 5	
MATRICOLA	|_|_|_|_|_|_|		
LAUREA	CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2022-2023 — PARMA, 18 LUGLIO 2023

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate la lunghezza $L(\gamma)$ della curva parametrica $\gamma\colon [0, 2^{3/4}] \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$\gamma(t) = 3t^4 e_1 + 2t^6 e_2, \qquad 0 \le t \le 2^{3/4}.$$

Esercizio 2. Determinate $a \in \mathbb{R}$ in modo che il campo vettoriale $f \in C^\infty(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ di componenti $f = (f^1, f^2)$ definite da

$$f^1(x, y) = ax \cos y + y^2 \cos x; \qquad f^2(x, y) = ay \operatorname{sen} x - x^2 \operatorname{sen} y;$$

per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ sia conservativo e per tale a calcolate il potenziale $F \in C^\infty(\mathbb{R}^2)$ di f che si annulla nel punto di coordinate $(\pi/2, \pi)$.

Esercizio 3. Sia

$$\Gamma = \left\{(x, y, z) :\ 4x^2 + y^2 + 2z^2 = 9 \text{ e } 2x + y + z = 0\right\}.$$

(a) Descrivete l'insieme Γ e provate che è una curva regolare ($1-$superficie) e compatta di $\mathbb{R}^3$.

(b) Determinate il massimo ed il minimo globale di $f(x, y, z) = 4x + 2y + z$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, su Γ.

Esercizio 4. Sia

$$K = \left\{(x, y, z) :\ x^2 + y^2 - 2\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le \sqrt{x^2 + y^2} - 2 \text{ e } x \le \sqrt{3}y \le 3x\right\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K.

(b) Calcolate la misura (volume) $|K|$.

Esercizio 5. Data l'equazione differenziale

$$x''(t) - x'(t) = -\mathrm{e}^{2t} \cos(\mathrm{e}^t),$$

determinate

(a) tutte le soluzioni $x(t)$ dell'equazione differenziale;

(b) la soluzione $x(t)$ tale che $x(\log \pi) = x'(\log \pi) = 0$.