

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2022-2023 — PARMA, 13 GIUGNO 2023

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate l'integrale curvilineo (lavoro) del campo vettoriale $f: \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ di componenti

$$f^1(x, y) = \frac{x^2 - y}{x^2 + y^2} \quad \text{e} \quad f^2(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$$

$(x^2 + y^2 > 0)$ lungo la curva parametrica $\gamma: [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\gamma(t) = (3 \cos t)e_1 + (3 \sin t)e_2, \quad t \in [0, \pi/2].$$

Esercizio 2. Determinate per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$x_\alpha(t) = \frac{1 + t^\alpha}{2 + t^2}, \quad t > 0,$$

è soluzione dell'equazione differenziale

$$x'(t) = \frac{2t}{(1 + t^2)^2} [x(t)]^2.$$

Esercizio 3. Sia

$$f(x, y, z) = x^2y + y^2z - xz^2 - 9z, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- (a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilite la natura.
- (b) Determinate il minimo e il massimo globale di f sull'insieme $K = \{(x, y, z) : x^2 + z^2 \leq 9 \text{ e } y = 3\}$.

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 1 - z^4 \text{ e } x, y \geq 0\}.$$

- (a) Descrivete l'insieme K .
- (b) Calcolate $I = \int_K x^2 d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = [x(t)]^4 \\ x(0) = x_0, \end{cases}$$

determinate

- (a) la soluzione massimale corrispondente al dato iniziale $x_0 = -1$;
 - (b) per quali valori del dato iniziale x_0 la soluzione $x(t)$ è definita per $t = -1/3$.
-