

COGNOME	_____	NON SCRIVERE QUI <table border="1"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5
1	2		3	4	5		
NOME	_____						
MATRICOLA	____ ____ ____ ____ ____ ____ ____						
LAUREA	CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC						

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2022-2023 — PARMA, 3 APRILE 2023

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate il massimo della velocità scalare della curva parametrica $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\gamma(t) = (3 \sin t)e_1 + (\cos(2t))e_2, \quad t \in [0, 2\pi],$$

esprimendo il risultato come frazione ridotta ai minimi termini.

Esercizio 2. Determinate tutte le funzioni $g \in C^1(\mathbb{R}^2)$ che rendono conservativo il campo vettoriale $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ di componenti $f = (f^1, f^2)$ definite da

$$\begin{cases} f^1(x, y) = 3x^2y + x \sin y \\ f^2(x, y) = g(x, y) \end{cases} \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Esercizio 3. Sia Γ la curva ottenuta come intersezione tra l'ellissoide di equazione $x^2 + 2y^2 + z^2 = 15$ e il piano di equazione $x + y + z = 0$.

- (a) Provate che Γ è una curva regolare (1-superficie) e compatta di $\mathbb{R}^3$.
- (b) Determinate il massimo ed il minimo globale di $f(x, y, z) = 3x + 3y - 2z$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, su Γ .

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : (x+1)^2 + (2y+1)^2 \leq z \leq 2x+4y+3 \text{ e } x, y \geq 0\}.$$

- (a) Descrivete l'insieme K .
- (b) Calcolate $I = \int_K x \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Data l'equazione differenziale

$$x''(t) - 4x'(t) = 8t - 6 - 3e^t,$$

determinate

- (a) tutte le soluzioni dell'equazione differenziale;
- (b) la soluzione del problema di Cauchy con $x(0) = 0$ e $x'(0) = 6$.