

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2022-2023 — PARMA, 7 FEBBRAIO 2023

Compilate l' intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate la lunghezza $L(\gamma)$ della curva parametrica $\gamma: [4/3, 32/9] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\gamma(t) = te_1 + t^{3/2}e_2, \quad 4/3 \leq t \leq 32/9.$$

Esercizio 2. Determinate e disegnate l'insieme A dei punti in cui la matrice hessiana della funzione $f(x, y) = x^3 + xy^2$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ è definita positiva.

Esercizio 3. Determinate la funzione $g \in C^1(\mathbb{R}^2)$ tale che $g(0, 0) = 2$ che rende il campo vettoriale $f \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ di componenti

$$\begin{cases} f^1(x, y, z) = g(y, z) - yz \sin(xz) \\ f^2(x, y, z) = xz \cos(yz) + \cos(xz) \\ f^3(x, y, z) = xy \cos(yz) - xy \sin(xz) \end{cases}$$

conservativo. Per tale funzione g calcolate l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} f \cdot dl$$

del campo f lungo la curva parametrica $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\gamma(t) = \sin(\pi t/2)e_1 + \cos(\pi t/2)e_2 + (t^2 - t + 1)e_3, \quad t \in [0, 1].$$

Esercizio 4. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 - 3(x^2 + y^2) \text{ e } y/\sqrt{3} \leq x \leq y \right\}.$$

(a) Descrivete e disegnate l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K x d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x'(t) = 3tx(t) - \frac{3}{2}(t^3 + t)[x(t)]^{5/3} \\ x(0) = 8. \end{cases}$$