

COGNOME	_____	NON SCRIVERE QUI <table border="1"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5
1	2		3	4	5		
NOME	_____						
MATRICOLA	_____						
LAUREA	☐ CIV ☐ AMB ☐ GEST ☐ INF ☐ ELN ☐ TLC ☐ MEC						

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2022-2023 — PARMA, 24 GENNAIO 2023

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\gamma} x \cos y \, dl(x, y)$$

ove $\gamma: [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ è la curva parametrica definita da

$$\gamma(t) = (\sin t)e_1 + te_2, \quad t \in [0, \pi/2].$$

Esercizio 2. Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ il campo vettoriale conservativo di componenti $f = (f^1, f^2)$ definite da

$$f^1(x, y) = 2xye^{x^2y} - y^2 \sin(xy^2); \quad f^2(x, y) = x^2e^{x^2y} - 2xy \sin(xy^2) + \cos y;$$

per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Calcolate il potenziale $F \in C^\infty(\mathbb{R}^2)$ di f che si annulla nell'origine $(0, 0)$.

Esercizio 3. Sia

$$f(x, y, z) = 4xyz + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{z}, \quad (x, y, z) \in U.$$

- (a) Determinate il dominio naturale U e gli eventuali punti critici di f e stabilite la natura di tali punti critici.
- (b) Determinate il minimo e il massimo globale di f sull'insieme

$$K = \{(x, y, z) : 1 \leq xy \leq 2, x/2 \leq y \leq 2x \text{ e } z = 2\}.$$

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : \sqrt{2 - (x^2 + y^2)} \leq z \leq 2 - (x^2 + y^2) \text{ e } 0 \leq x \leq y\}.$$

- (a) Descrivete l'insieme K .

- (b) Calcolate $I = \int_K y^2 \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Data l'equazione differenziale

$$x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = e^{2t} \operatorname{sen}^2 t,$$

determinate

- (a) tutte le soluzioni $x(t)$ dell'equazione differenziale;
- (b) la soluzione $x(t)$ tale che $x(0) = x'(0) = 0$.