COGNOME ______________________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________________	1 | 2 | 3 | 4 | 5
MATRICOLA ⌊_|_|_|_|_|_⌋	
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2022-2023 — PARMA, 25 MARZO 2024

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Scrivete l'equazione del piano tangente al grafico della funzione

$$f(x,y) = 3x + \mathrm{e}^{x^2-\sqrt{y}}, \qquad (x,y) \in U = \big\{(x,y) :\ y > 0\big\},$$

nel punto $P = (-1,1)$.

Esercizio 2. Determinate $a \in \mathbb{R}$ in modo che il campo vettoriale $f \in C^\infty(\mathbb{R}^3,\mathbb{R}^3)$ di componenti $f = (f^1, f^2, f^3)$ definite da

$$f^1(x,y,z) = ay\cos(yz); \qquad f^2(x,y,z) = xyz\,\mathrm{sen}\,(yz) - x\cos(yz); \qquad f^3(x,y,z) = xy^2\,\mathrm{sen}\,(yz);$$

per ogni $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ sia conservativo e per tale a calcolate il potenziale $F \in C^\infty(\mathbb{R}^3)$ di f che si annulla nel punto di coordinate $(1,1,0)$.

Esercizio 3. Sia

$$f(x,y,z) = x^4 - 8x^3 + 20x^2 + y^2 + 4z^2 - 8xz, \qquad (x,y,z) \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilitene la natura.

(b) Determinate l'immagine $f(\mathbb{R}^3)$.

Esercizio 4. Sia

$$K = \big\{(x,y,z) :\ (x^2+y^2) - 2 \le z \le 1 - 2(x^2+y^2) \text{ e } 0 \le y \le x\big\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K.

(b) Calcolate $I = \displaystyle\int_K x(x+2y)\,d(x,y,z)$.

Esercizio 5. Determinate

(a) tutte le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$z'(t) = \frac{2t}{1+t^2}z(t) + t^2;$$

(b) la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x'(t) = -\dfrac{2t}{1+t^2}x(t) + t^2[x(t)]^2 \\ x(0) = -4/(4-\pi) \end{cases}$$