

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2022-2023 — PARMA, 6 FEBBRAIO 2024

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Determinate e disegnate l'insieme A dei punti in cui la matrice hessiana della funzione $f(x, y) = 3x^2y + 2y^3$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ è definita negativa.

Esercizio 2. Determinate tutte le funzioni $g \in C^1(\mathbb{R})$ per le quali il campo vettoriale $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ di componenti $f = (f^1, f^2)$ definite da

$$\begin{cases} f^1(x, y) = [g(x)y + 2xy]e^x \\ f^2(x, y) = g(x)e^x \end{cases} \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

risulti conservativo in \mathbb{R}^2 ed il lavoro di f dall'origine al punto di coordinate $(1, 1)$ sia uguale a zero.

Esercizio 3. Calcolate la distanza del punto $P = (4, 0, 3)$ dall'ellissoide

$$\Sigma = \{(x, y, z) : x^2 + 2y^2 + z^2 = 1\}.$$

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x, y, z) : |x| + 2|y| \leq 2 \text{ e } 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}.$$

- (a) Descrivete l'insieme K .
- (b) Calcolate la misura (volume) $|K|$ di K .

Esercizio 5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = [x(t)]^4 + \frac{1}{[x(t)]^2} \\ x(0) = x_0 > 0 \end{cases}$$

- (a) determinatene la soluzione massimale corrispondente a $x_0 = 1$;
- (b) determinate per quali dati iniziali $x_0 > 0$ la soluzione massimale è definita per $t = \pi/18$.