

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC | NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 60px; margin: 10px auto;"></div> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2021-2022 — PARMA, 18 NOVEMBRE 2022

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli
 compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Siano $f \in C^\infty(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ un campo vettoriale di componenti $f = (f^1, f^2)$ tale che

$$f(0, 0) = (0, 0) \quad \text{e} \quad Df(0, 0) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

e $g \in C^\infty(\mathbb{R}^2)$ una funzione tale che $Dg(0, 0) = (1, -2)$. Calcolate il gradiente $\nabla h(0, 0)$ della funzione

$$h(x, y) = g \circ f(x, y) = g(f^1(x, y), f^2(x, y)), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Esercizio 2. Calcolate l'integrale curvilineo del campo vettoriale $f \in C^\infty(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ di componenti $f = (f^1, f^2, f^3)$ definite da

$$f^1(x, y, z) = -\frac{y}{x^2 + y^2}; \quad f^2(x, y, z) = \frac{x}{x^2 + y^2}; \quad f^3(x, y, z) = xyz;$$

per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ lungo la curva parametrica liscia $\gamma(t) = (\cos t)e_1 + (\sin t)e_2 + te_3$, $t \in [0, 2\pi]$.

Esercizio 3. Sia Γ la curva piana di equazione $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 208$.

- (a) Verificate che Γ è una curva (1-superficie) regolare e compatta in \mathbb{R}^2 .
- (b) Calcolate il massimo ed il minimo globale su Γ della funzione

$$f(x, y) = x + 2y, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Esercizio 4. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : 0 \leq z \leq \min \left\{ (x^2 + y^2)^{3/2}, 2\sqrt{x^2 + y^2} - (x^2 + y^2) \right\} \text{ e } x \leq y \leq \sqrt{3}x \right\}.$$

- (a) Descrivete l'insieme K .
- (b) Calcolate $I = \int_K x \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. (a) Utilizzando il metodo di variazione delle costanti arbitrarie, determinate una soluzione dell'equazione differenziale

$$x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = e^{-t} \cos^2 t.$$

(b) Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = 4t + e^{-t} \cos^2 t \\ x(0) = 0 \text{ e } x'(0) = 1. \end{cases}$$