

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
A.A. 2021-2022 — PARMA, 13 SETTEMBRE 2022

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Determinate tutti i punti (x, y) di \mathbb{R}^2 nei quali il gradiente della funzione $f(x, y) = x^4 y^3$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, è ortogonale al vettore $v = (3, 4)$.

Esercizio 2. Calcolate l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\gamma} (2x + 9\sqrt{3}z) dl(x, y, z)$$

ove $\gamma: [0, 1/3] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è la curva parametrica definita da

$$\gamma(t) = te_1 + t^2 e_2 + \sqrt{3}t^3 e_3, \quad t \in [0, 1/3].$$

Esercizio 3. Determinate la funzione $g \in C^1(\mathbb{R}^2)$ tale che $g(0, 0) = 1$ che rende il campo vettoriale $f \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ di componenti

$$\begin{cases} f^1(x, y, z) = g(y, z) + 2xyz^2 \\ f^2(x, y, z) = 2xyz^2 + x^2 z^2 \\ f^3(x, y, z) = 2xy^2 z + 2x^2 yz \end{cases}$$

conservativo. Per tale funzione g calcolate l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} f \cdot dl$$

del campo f lungo la curva parametrica definita da $\gamma(t) = \sin(\pi t/2)e_1 + \cos(\pi t/2)e_2 + t^2 e_3$, $t \in [0, 1]$.

Esercizio 4. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 - 2\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \text{ e } x \leq \sqrt{3}y \leq 3x \right\}.$$

(a) Descrivete e disegnate l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K x d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x'(t) = 2(\sin t)x(t) + 2 \cos t \sin t \sqrt{x(t)} \\ x(\pi/2) = 4. \end{cases}$$