Cognome		
Nome		Non scrivere qui
MATRICOLA		
Laurea	CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	1 2 3 4 5

Università degli Studi di Parma

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

Esame di Analisi Matematica 2

A.A. 2021-2022 — Parma, 18 Luglio 2022

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Calcolate l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\gamma} x \, dl(x, y, z)$$

ove $\gamma \colon [0, \sqrt{6/5}] \to \mathbb{R}^3$ è la curva parametrica definita da

$$\gamma(t) = te_1 + t^2 e_2 + 3t^2 e_3, \qquad t \in [0, \sqrt{6/5}].$$

Esercizio 2. Determinate tutte le soluzioni x(t) dell'equazione differenziale

$$x''(t) - x(t) = 1$$

che verificano x(0) = 0 e $\lim_{t \to +\infty} x(t) = -1$.

Esercizio 3. Sia

$$f(x,y,z) = x^4 - 4x^2 + y^2 + 4z^2 - 8xz,$$
 $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3.$

- (a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilitene la natura.
- (b) Determinate l'immagine $f(\mathbb{R}^3)$.

Esercizio 4. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \le 4 \text{ e } \sqrt{x^2 + y^2} \le \sqrt{3}z \le 3 \right\}.$$

- (a) Descrivete e disegnate l'insieme K.
- (b) Calcolate $I = \int_K z \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Determinate la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = [x(t)]^4 + \frac{1}{[x(t)]^2} \\ x(0) = 1. \end{cases}$$