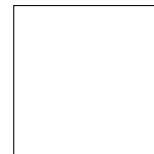


COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
A.A. 2021-2022 — PARMA, 15 GIUGNO 2022

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} (2x^2 + 2y^2 - 12) + 3x^2 + 3y^2, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Determinate l'immagine $f(A)$ dell'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -4 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

Esercizio 2. Sia

$$f(x, y) = x^4 y^2 + x^3 y^3, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Determinate per quali vettori $v \in \mathbb{R}^2$ risulta nulla la derivata direzionale $\partial_v f(-1, 1)$.

Esercizio 3. Determinate tutte le funzioni $g, h \in C^1(\mathbb{R})$ con $g(0) = h(0) = 0$ che rendono il campo vettoriale $f \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ di componenti

$$\begin{cases} f^1(x, y, z) = g(y) + h(z) + yz \\ f^2(x, y, z) = \frac{x-z}{1+y^2} + 2h(z) + xz \\ f^3(x, y, z) = \frac{2(x+2y)z}{1+z^2} - g(y) + xy \end{cases}$$

conservativo. Per tali funzioni g e h , calcolate l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} f \cdot dl$$

del campo f lungo la curva parametrica definita da $\gamma(t) = te_1 + \sin(\pi t/2)e_2 + t^2 e_3$, $t \in [0, 1]$.

Esercizio 4. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : -1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 5 - x^2 - y^2 \text{ e } 0 \leq x \leq y \right\}.$$

(a) Descrivete e disegnate l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K xy d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Data l'equazione differenziale

$$x''(t) - 2x'(t) + x(t) = e^t \cos^2 t,$$

determinate

- (a) tutte le soluzioni dell'equazione differenziale;
- (b) la soluzione del problema di Cauchy con $x(0) = 1$ e $x'(1) = 2$.