Cognome	____________________	Non scrivere qui	
Nome	____________________	1 | 2 | 3 | 4 | 5	
Matricola	________		
Laurea	Civ Amb Gest Inf Eln Tlc Mec		

Università degli Studi di Parma

Dipartimento di Ingegneria e Architettura

Esame di Analisi Matematica 2

A.A. 2021-2022 — Parma, 16 Febbraio 2022

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x,y) = x^2y^3z, \qquad (x,y,z) \in \mathbb{R}^3,$$

determinate il versore v di $\mathbb{R}^3$ che rende massima la derivata direzionale $\partial_v f(-1,1,1)$.

Esercizio 2. Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale di componenti $f = (f^1, f^2)$ definite da

$$f_1(x,y) = 2x(y^2+y) \qquad \text{e} \qquad f_2(x,y) = 2x^2y + a(x)$$

per ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ con $a \in C^1(\mathbb{R})$ funzione da determinare.

(a) Determinate tutte le funzioni $a \in C^1(\mathbb{R})$ che rendono il campo f conservativo e per tali funzioni determinate i potenziali di f.

(b) Data la curva parametrica di equazione polare $r(\theta) = 4\theta$ per $0 \le \theta \le \pi/4$, determinate $a \in C^1(\mathbb{R})$ in modo che sia

$$\int_\gamma f \cdot dl = \frac{\pi^4}{4}.$$

Esercizio 3. Sia

$$f(x,y,z) = \frac{y^3}{3} + x^2z - \frac{y^2z}{2} - x - \frac{z}{4}.$$

(a) Trovate i punti critici di f e studiatene la loro natura.

(b) Calcolate il massimo globale di f sul triangolo compatto T di vertici $(0,0,1)$, $(1,0,1)$, $(0,1,1)$.

Esercizio 4. Sia

$$K = \{(x,y,z):\ 0 \le z \le 1 + x + y \text{ e } |x| + |y| \le 1\}.$$

(a) Descrivete e disegnate l'insieme K.

(b) Calcolate $I = \displaystyle\int_K |x|y\, d(x,y,z)$.

Esercizio 5. Data l'equazione differenziale

$$x''(t) + 4x(t) = 2\tan t, \qquad |t| < \pi/2,$$

determinate

(a) tutte le soluzioni dell'equazione differenziale;

(b) la soluzione del problema di Cauchy con $x(0) = 0$ e $x'(0) = -1$.