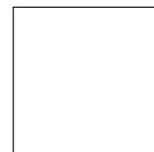


COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
A.A. 2021-2022 — PARMA, 2 FEBBRAIO 2022

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $f(x, y) = x^2 - 2y$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, e sia $\gamma: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ una curva parametrica liscia tale che

$$\gamma(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \gamma'(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Posto $\varphi(t) = f(\gamma(t))$, dove $t \in [-1, 1]$, calcolate $\varphi'(0)$.

Esercizio 2. Determinate per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ tutte le soluzioni $x(t)$ dell'equazione differenziale

$$x''(t) - 2\alpha x'(t) + (\alpha^2 + 4)x(t) = 5$$

verificano $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 1$.

Esercizio 3. Sia Γ la curva ottenuta come intersezione tra l'ellissoide di equazione $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ e il piano di equazione $x + y + z = 0$.

- (a) Verificate che Γ è una curva (1-superficie) regolare e compatta in \mathbb{R}^3 .
(b) Calcolate il massimo ed il minimo globale su Γ della funzione

$$f(x, y, z) = 2x + y, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Esercizio 4. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : -\sqrt{4 - x^2 - y^2} \leq z \leq 0 \text{ e } x \geq 0 \right\}.$$

- (a) Descrivete e disegnate l'insieme K .
(b) Calcolate $I = \int_K xz \, d(x, y, z)$.

Esercizio 5. Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x'(t) = -tx(t) - \frac{1}{2}e^{t^2-t}[x(t)]^3 \\ x(0) = \frac{1}{\sqrt{e-1}}. \end{cases}$$