COGNOME	____________________	NON SCRIVERE QUI	
NOME	____________________	1 · 2 · 3 · 4 · 5	
MATRICOLA	└┴┴┴┴┴┘		
LAUREA	CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2021-2022 — PARMA, 2 FEBBRAIO 2022

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $f(x,y) = x^2 - 2y$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, e sia $\gamma\colon [-1,1] \to \mathbb{R}^2$ una curva parametrica liscia tale che

$$\gamma(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad \gamma'(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Posto $\varphi(t) = f(\gamma(t))$, dove $t \in [-1,1]$, calcolate $\varphi'(0)$.

Esercizio 2. Determinate per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ tutte le soluzioni $x(t)$ dell'equazione differenziale

$$x''(t) - 2\alpha x'(t) + (\alpha^2 + 4)x(t) = 5$$

verificano $\lim_{t\to+\infty} x(t) = 1$.

Esercizio 3. Sia Γ la curva ottenuta come intersezione tra l'ellissoide di equazione $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ e il piano di equazione $x + y + z = 0$.

(a) Verificate che Γ è una curva $(1-$superficie) regolare e compatta in $\mathbb{R}^3$.

(b) Calcolate il massimo ed il minimo globale su Γ della funzione

$$f(x,y,z) = 2x + y, \qquad (x,y,z) \in \mathbb{R}^3.$$

Esercizio 4. Sia

$$K = \left\{(x,y,z) :\ -\sqrt{4 - x^2 - y^2} \le z \le 0 \text{ e } x \ge 0\right\}.$$

(a) Descrivete e disegnate l'insieme K.

(b) Calcolate $I = \displaystyle\int_K xz\, d(x,y,z)$.

Esercizio 5. Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x'(t) = -tx(t) - \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{t^2-t}[x(t)]^3 \\ x(0) = \dfrac{1}{\sqrt{\mathrm{e}-1}}. \end{cases}$$