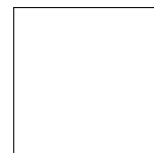


COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA \_\_\_\_\_  
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA  
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA  
ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2  
A.A. 2021-2022 — PARMA, 2 FEBBRAIO 2022

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

**Esercizio 1.** Sia  $f(x, y) = x^2 - 2y$ ,  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , e sia  $\gamma: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  una curva parametrica liscia tale che

$$\gamma(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \gamma'(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Posto  $\varphi(t) = f(\gamma(t))$ , dove  $t \in [-1, 1]$ , calcolate  $\varphi'(0)$ .

**Esercizio 2.** Determinate per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  tutte le soluzioni  $x(t)$  dell'equazione differenziale

$$x''(t) - 2\alpha x'(t) + (\alpha^2 + 4)x(t) = 5$$

verificano  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 1$ .

**Esercizio 3.** Sia  $\Gamma$  la curva ottenuta come intersezione tra l'ellissoide di equazione  $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$  e il piano di equazione  $x + y + z = 0$ .

- (a) Verificate che  $\Gamma$  è una curva (1-superficie) regolare e compatta in  $\mathbb{R}^3$ .  
(b) Calcolate il massimo ed il minimo globale su  $\Gamma$  della funzione

$$f(x, y, z) = 2x + y, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

**Esercizio 4.** Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : -\sqrt{4 - x^2 - y^2} \leq z \leq 0 \text{ e } x \geq 0 \right\}.$$

- (a) Descrivete e disegnate l'insieme  $K$ .  
(b) Calcolate  $I = \int_K xz \, d(x, y, z)$ .

**Esercizio 5.** Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x'(t) = -tx(t) - \frac{1}{2}e^{t^2-t}[x(t)]^3 \\ x(0) = \frac{1}{\sqrt{e-1}}. \end{cases}$$