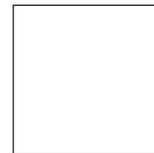


COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4
---	---	---	---



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
A.A. 2020-2021 — PARMA, 30 MARZO 2021

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Siano $f, g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ i campi vettoriali di componenti $f = (f^1, f^2)$ e $g = (g^1, g^2)$ definite da:

$$\begin{cases} f^1(x, y) = \frac{4x}{2x^2 + y^2 + 1} \\ f^2(x, y) = \frac{2y}{2x^2 + y^2 + 1} \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} g^1(x, y) = 0 \\ g^2(x, y) = \frac{y^2}{2x^2 + y^2 + 1} \end{cases}$$

per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

- Stabilite se il campo f è conservativo e calcolatene i potenziali.
- Determinate l'insieme dei punti (x, y) tali che l'integrale curvilineo del campo f dall'origine $(0, 0)$ a (x, y) sia uguale ad 1.
- Calcolate l'integrale curvilineo del campo $f + g$ lungo la curva $\gamma(t) = te_1 + t^2e_2$, $t \in [0, 1]$.

Esercizio 2. Sia

$$\Gamma = \{(x, y) : x^2 + 2y^4 = 6\}.$$

- Provate che Γ è una curva regolare (1-superficie) e compatta in \mathbb{R}^2 .
- Determinate $c > 0$ in modo che i due rami dell'iperbole $xy = c$ siano tangenti a Γ .

Esercizio 3. Sia

$$K = \{(x, y, z) : 0 \leq x, y, z \leq 1 \text{ e } x + 2y - 1 \leq z\}.$$

- Descrivete e disegnate l'insieme K .
- Calcolate $I = \int_K 2xy d(x, y, z)$.

Esercizio 4. Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = t^2[x(t)]^3 \\ x(0) = -1. \end{cases}$$