

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 25px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 25px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 25px; height: 20px;">4</td> </tr> </table>	1	2	3	4
1	2	3	4		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2020-2021 — PARMA, 26 GENNAIO 2021

Compilete l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli
 compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Siano $a, b \in \mathbb{R}$ due numeri reali e sia $f \in C^\infty(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ il campo vettoriale di componenti

$$f^1(x, y, z) = \frac{axy}{1 + x^4 y^2}; \quad f^2(x, y, z) = \frac{x^2}{1 + x^4 y^2} + z^2 \cos(yz^2); \quad f^3(x, y, z) = byz \cos(yz^2);$$

per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

- (a) Determinate per quali valori di $a, b \in \mathbb{R}$ il campo è conservativo e per tali valori determinatene un potenziale.
- (b) Calcolate per ogni valore di $a, b \in \mathbb{R}$ l'integrale curvilineo del campo vettoriale f lungo la curva parametrica $\gamma(t) = te_1 + te_2$, $t \in [0, 1]$.

Esercizio 2. Sia Γ l'ellisse di equazione $7x^2 + 6\sqrt{3}xy + 13y^2 = 16$. Determinate la proiezione

$$\pi_x(\Gamma) = \left\{ x : \exists y \in \mathbb{R} \text{ tale che } 7x^2 + 6\sqrt{3}xy + 13y^2 = 16 \right\}$$

di Γ sull'asse delle ascisse.

Esercizio 3. Sia

$$K = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq y \leq 1 \text{ e } 0 \leq z \leq x + 2y + 2\}.$$

- (a) Descrivete e disegnate l'insieme K .

- (b) Calcolate $I = \int_K (x + y) d(x, y, z)$.

Esercizio 4. Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 2x'(t) - 3x(t) = -4(t+1)e^t - 8e^{-t} \\ x(0) = 5 \text{ e } x'(0) = -8. \end{cases}$$

- (a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale.
- (b) Determinate la soluzione del problema di Cauchy.