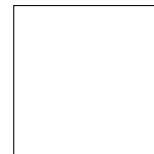


COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4
---	---	---	---



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
A.A. 2019-2020 — PARMA, 16 NOVEMBRE 2020

Compilate l' intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ il campo vettoriale di componenti

$$f^1(x, y, z) = 2xy^2z + y^2z^3; \quad f^2(x, y, z) = 2x^2yz + 2xyz^3; \quad f^3(x, y, z) = 3xy^2z^2;$$

per ogni $x, y, z \in \mathbb{R}^3$.

(a) Determinate una funzione $h: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che il campo vettoriale $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ di componenti $g^1 = f^1$, $g^2 = f^2$ e $g^3 = f^3 + h$ sia conservativo in \mathbb{R}^3 e determinatene un potenziale G ;

(b) Calcolate l'integrale curvilineo del campo f lungo la curva

$$\gamma(t) = (e^t \cos^2 t) e_1 + (e^{-t} \sqrt{\sin t}) e_2 + t e_3, \quad t \in [0, \pi].$$

Esercizio 2. Sia

$$f(x, y) = x^2 + 6xy - 10y^2, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

(a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilitenne la natura.

(b) Determinate i massimi ed i minimi globali di f sull'insieme

$$K = \{(x, y) : x^2 - 2xy + 12y^2 \leq 33\}.$$

Esercizio 3. Sia

$$K = \{(x, y, z) : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 - x \text{ e } x, y \geq 0\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K 2xyz \, d(x, y, z)$.

Esercizio 4. Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 4x'(t) + 5x(t) = e^{2t} \sin^2 t \\ x(0) = x'(0) = 1. \end{cases}$$

(a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale.

(b) Determinate la soluzione del problema di Cauchy.