

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> </tr> </table>	1	2	3	4
1	2	3	4		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2019-2020 — PARMA, 3 LUGLIO 2020

Compilete l' intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio.
 Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli
 compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Siano $\Phi, \varphi \in C^1(\mathbb{R}^2)$ due funzioni e sia $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ la funzione definita da

$$f(x, y) = \Phi(y\varphi(x, y), x[1 + \varphi(x, y)]), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

(a) Calcolate per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ il gradiente $\nabla f(x, y)$.

(b) Sapendo che è

$$\varphi(0, 0) = 1; \quad \Phi(0, 0) = 1; \quad \nabla \Phi(0, 0) = (\pi, 1);$$

determinate l'equazione del piano tangente al grafico della funzione f nel punto $(0, 0)$.

Esercizio 2. Sia

$$f(x, y, z) = x^4 + z^4 - 2x^2 + y^2 - z^2 - 2yz, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilitene la natura.

(b) Determinate l'immagine $f(\mathbb{R}^3)$.

Esercizio 3. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : 0 \leq y \leq x/\sqrt{3}, z^2 \leq \min \left\{ x^2 + y^2, 6 - \sqrt{x^2 + y^2} \right\} \text{ e } z \geq 0 \right\}.$$

(a) Descrivete e disegnate l'insieme K .

(b) Calcolate $\int_K z \, dm_3(x, y, z)$.

Esercizio 4. Sia

$$\begin{cases} x''(t) + 9x(t) = 0 \\ x(\pi/12) = \sqrt{2} \text{ e } x'(\pi/12) = \sqrt{2}. \end{cases}$$

(a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale omogenea.

(b) Determinate tutte le soluzioni del problema di Cauchy.

(c) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale non omogenea

$$x''(t) + 9x(t) = 9 \cos(3t) \sin(3t), \quad t \in \mathbb{R}.$$