COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	1 | 2 | 3 | 4
MATRICOLA ⌊_|_|_|_|_|_⌋	
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2019-2020 — PARMA, 10 GIUGNO 2020

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $\gamma\colon [-1,1] \to \mathbb{R}^3$ la curva parametrica definita da

$$\gamma(t) = t^2 e_1 + t^4 e_2 + t^6 e_3, \qquad |t| \le 1.$$

(a) Determinate per quali valori del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale $f_\lambda \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ di componenti $f_\lambda = (f_\lambda^1, f_\lambda^2, f_\lambda^3)$ definite da

$$f_\lambda^1(x,y,z) = 2xy; \qquad f_\lambda^2(x,y,z) = \lambda x^2; \qquad f_\lambda^3(x,y,z) = \mathrm{e}^{z^2};$$

per ogni $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ è conservativo.

(b) Calcolate per ogni λ l'integrale curvilineo $\displaystyle\int_\gamma f_\lambda \cdot dl$.

(c) Calcolate l'integrale curvilineo $\displaystyle\int_\gamma (2x + 9z)\, dl(x,y)$.

Esercizio 2. Sia

$$f(x,y) = \frac{x^4}{4} + \frac{y^3}{3} + 2x^2 y - 9y, \qquad (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

(a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilitene la natura.

(b) Determinate massimo e minimo globali di f sull'insieme $K = \{(x,y) :\ 0 \le x, y \le 3\}$;

(c) Determinate l'insieme immagine $f(K)$.

Esercizio 3. Sia S_k l'insieme di $\mathbb{R}^3$ contenuto nel piano $y = 0$ definito da

$$S_k = \{(x,y,z) :\ 0 \le z \le kx^2,\ y = 0 \text{ e } 0 \le x \le 1\} \qquad (k > 0).$$

(a) Determinate $k > 0$ in modo che le misure dei solidi di rotazione E e F ottenuti facendo ruotare S_k rispettivamente attorno agli assi x e z siano uguali.

(b) Per $k > 0$ calcolate $I_E = \displaystyle\int_E z\, dm_3(x,y,z)$ e $I_F = \displaystyle\int_E x\, dm_3(x,y,z)$.

Esercizio 4. Sia

$$\begin{cases} x''(t) - 2x'(t) + 10x(t) = 0 \\ x(0) = 1 \text{ e } x'(0) = 0. \end{cases}$$

(a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale omogenea.

(b) Determinate tutte le soluzioni del problema di Cauchy.

(c) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale non omogenea

$$x''(t) - 2x'(t) + 10x(t) = \frac{3\mathrm{e}^t}{\operatorname{sen}(3t)}, \qquad 0 < t < \pi/3.$$