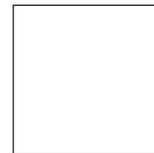


COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4
---	---	---	---



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
A.A. 2019-2020 — PARMA, 10 GIUGNO 2020

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $\gamma: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ la curva parametrica definita da

$$\gamma(t) = t^2 e_1 + t^4 e_2 + t^6 e_3, \quad |t| \leq 1.$$

(a) Determinate per quali valori del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale $f_\lambda \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ di componenti $f_\lambda = (f_\lambda^1, f_\lambda^2, f_\lambda^3)$ definite da

$$f_\lambda^1(x, y, z) = 2xy; \quad f_\lambda^2(x, y, z) = \lambda x^2; \quad f_\lambda^3(x, y, z) = e^{z^2};$$

per ogni $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ è conservativo.

(b) Calcolate per ogni λ l'integrale curvilineo $\int_\gamma f_\lambda \cdot dl$.

(c) Calcolate l'integrale curvilineo $\int_\gamma (2x + 9z) dl(x, y)$.

Esercizio 2. Sia

$$f(x, y) = \frac{x^4}{4} + \frac{y^3}{3} + 2x^2y - 9y, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

(a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilitene la natura.

(b) Determinate massimo e minimo globali di f sull'insieme $K = \{(x, y) : 0 \leq x, y \leq 3\}$;

(c) Determinate l'insieme immagine $f(K)$.

Esercizio 3. Sia S_k l'insieme di \mathbb{R}^3 contenuto nel piano $y = 0$ definito da

$$S_k = \{(x, y, z) : 0 \leq z \leq kx^2, y = 0 \text{ e } 0 \leq x \leq 1\} \quad (k > 0).$$

(a) Determinate $k > 0$ in modo che le misure dei solidi di rotazione E e F ottenuti facendo ruotare S_k rispettivamente attorno agli assi x e z siano uguali.

(b) Per $k > 0$ calcolate $I_E = \int_E z dm_3(x, y, z)$ e $I_F = \int_E x dm_3(x, y, z)$.

Esercizio 4. Sia

$$\begin{cases} x''(t) - 2x'(t) + 10x(t) = 0 \\ x(0) = 1 \text{ e } x'(0) = 0. \end{cases}$$

- (a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale omogenea.
- (b) Determinate tutte le soluzioni del problema di Cauchy.
- (c) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale non omogenea

$$x''(t) - 2x'(t) + 10x(t) = \frac{3e^t}{\text{sen}(3t)}, \quad 0 < t < \pi/3.$$