

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____ LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	NON SCRIVERE QUI <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">6</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 60px; margin: 10px auto;"></div>	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
 DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
 ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
 A.A. 2019-2020 — PARMA, 29 GENNAIO 2020

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. L'integrale curvilineo I della funzione $f(x, y) = x^3 + 2y$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ lungo la curva parametrica $\gamma(t) = 2te_1 + t^3e_2$, $t \in [0, 1]$, è

(a) $I = \frac{5}{16} (\sqrt{13^3} - 3)$; (b) $I = \frac{5}{27} (\sqrt{13^3} - 8)$; (c) $I = \frac{3}{13} (\sqrt{23^3} - 1)$.

Esercizio 2. Sia $f \in C^2(\mathbb{R}^3)$ una funzione che ha nell'origine un punto di sella. Quale tra le seguenti matrici H può essere la matrice hessiana di f in $(0, 0, 0)$?

(a) $H = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$; (b) $H = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$; (c) $H = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3. Per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale $f \in C(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ di componenti $f^1(x, y) = x^3 + 5x^4y^2 + \cos y$ e $f^2(x, y) = y^4 + ax^5y - x \sin y$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, è conservativo in \mathbb{R}^2 ?

(a) $a = 3$; (b) $a = 1$; (c) $a = 2$.

Esercizio 4. Sia

$$f(x, y) = x^3y^2 - 3x + 8y, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- (a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilitene la natura.
- (b) Determinate massimo e minimo globali di f sull'insieme $K = \left\{ (x, y) : x \geq 1 \text{ e } \frac{1}{8} \leq y \leq \frac{1}{x^{3/2}} \right\}$;
- (c) Determinate l'immagine $f(K)$.

Esercizio 5. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : z + \cos(x^2 + y^2) \leq 0, \frac{3\pi}{4} \leq x^2 + y^2 \leq \frac{5\pi}{4} \text{ e } x, y, z \geq 0 \right\}.$$

- (a) Descrivete e disegnate l'insieme K .
- (b) Calcolate la misura (volume) $|K|$ di K .

Esercizio 6. Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 4x'(t) + 5x(t) = 8 \cos t + 5t + 1 \\ x(0) = 3, x'(0) = 1. \end{cases}$$

- (a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale.
- (b) Determinate la soluzione del problema di Cauchy.