Cognome	____________________		
Nome	____________________	Non scrivere qui	
Matricola		1 2 3 4 5 6	
Laurea	Civ Amb Gest Inf Eln Tlc Mec		

Università degli Studi di Parma

Dipartimento di Ingegneria e Architettura

Esame di Analisi Matematica 2

A.A. 2018-2019 — Parma, 12 Giugno 2019

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. L'insieme $U = \left\{(x, y) :\ \left(y - x^3\right)\left(y - x^2\right) < 0\right\}$ è

(a) chiuso; (b) illimitato; (c) connesso.

Esercizio 2. La lunghezza L della curva parametrica γ di equazione polare $\rho(\theta) = \cos\theta - 2\operatorname{sen}\theta$, $\theta \in [0, \pi/2]$, è

(a) $L = \pi/2$; (b) $L = \sqrt{3}\pi/2$; (c) $L = \sqrt{5}\pi/2$.

Esercizio 3. Sia $\varphi \in C^1(\mathbb{R}^2)$ una funzione tale che $\varphi(0, 0) = 0$ e $\nabla\varphi(0, 0) = (-1, 3)$ e sia $\Phi \in C^1(\mathbb{R}^2)$ una funzione tale che $\nabla\Phi(0, 0) = (2, 1)$. Allora, la derivata direzionale di

$$f(x, y) = \Phi(x - 2\varphi(x, y), (y + 1)\varphi(x, y)), \qquad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

in $(0, 0)$ nella direzione del vettore $v = e_1/\sqrt{2} + e_2/\sqrt{2}$ è

(a) $\partial_v f(0, 0) = -5/\sqrt{2}$; (b) $\partial_v f(0, 0) = 3/\sqrt{2}$; (c) $\partial_v f(0, 0) = -4/\sqrt{2}$.

Esercizio 4. Sia

$$f(x, y, z) = x^4 + y^2 + z^2 - xy + yz, \qquad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Determinate i punti critici di f e stabilitene la natura.

Esercizio 5. Calcolate

$$I = \int_K \frac{xy}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}}\, dV_2(x, y)$$

ove

$$K = \left\{(x, y) :\ x \geq \max\{1, y\},\ y \geq 0 \text{ e } x^2 + y^2 \leq 4\right\}.$$

Esercizio 6. Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 9x(t) = 6\cos(3t) + 9t^2 + 11 \\ x(0) = 2 \text{ e } x'(0) = -3. \end{cases}$$

(a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale.

(b) Determinate la soluzione del problema di Cauchy.