

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
A.A. 2018-2019 — PARMA, 21 FEBBRAIO 2019

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $E = \{(x, y) : 2 - |y|/3 \leq x + 1 \leq 10 - y^2\}$. Allora,

- (a) E è convesso; (b) $(1, 0)$ non è punto interno; (c) E non è misurabile.

Esercizio 2. Siano $\varphi, \Phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$ tali che $\varphi(0, 0) = 0$, $\nabla\varphi(0, 0) = (1, -1)$ e $\nabla\Phi(0, 0) = (-1, 2)$. Allora, il gradiente di

$$f(x, y) = \Phi(x + \varphi(x, y), x\varphi(x, y)), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

in $(0, 0)$ è

- (a) $\nabla f(0, 0) = (0, 1)$; (b) $\nabla f(0, 0) = (-1, 2)$; (c) $\nabla f(0, 0) = (-2, 1)$.

Esercizio 3. L'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = -xe^y + ye^x$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, in $(-1, 0)$ è

- (a) $ex - (e + 1)y + ez = 0$; (b) $(1 + e)x - ey + ez = 0$; (c) $ex - y + ez = 0$.

Esercizio 4. Sia $f \in C^\infty(U, \mathbb{R}^2)$, $f = (f^1, f^2)$ il campo vettoriale definito da

$$f^1(x, y) = \frac{2x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 - y^2}} \quad \text{e} \quad f^2(x, y) = \frac{-xy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$$

per ogni $(x, y) \in U$.

- (a) Determinate il dominio U di f .
(b) Stabilite se f è irrotazionale e conservativo.
(c) Verificate che il sostegno della curva parametrica

$$\gamma(t) = (2 + t^2 - t^4)e_1 + (t - 1)e_2, \quad t \in [0, 1],$$

è contenuto in U e calcolate l'integrale curvilineo di f lungo γ .

Esercizio 5. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \left(2\sqrt{x^2 + y^2} - 1 \right)^2 + 4z^2 \geq 1 \text{ e } x, y, z \geq 0 \right\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K z \, dV_3(x, y, z)$.

Esercizio 6. Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + x(t) = 2 \cos^2 t \\ x(0) = 1 \text{ e } x'(0) = 0. \end{cases}$$

(a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale.

(b) Determinate la soluzione del problema di Cauchy.

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
A.A. 2018-2019 — PARMA, 21 FEBBRAIO 2019

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $E = \{(x, y) : 2 - |y|/3 \leq x + 1 \leq 10 - y^2\}$. Allora,

- (a) E è convesso; (b) $(1, 0)$ non è punto interno; (c) E non è misurabile.

Esercizio 2. Siano $\varphi, \Phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$ tali che $\varphi(0, 0) = 0$, $\nabla\varphi(0, 0) = (1, -1)$ e $\nabla\Phi(0, 0) = (-1, 2)$. Allora, il gradiente di

$$f(x, y) = \Phi(x + \varphi(x, y), x\varphi(x, y)), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

in $(0, 0)$ è

- (a) $\nabla f(0, 0) = (0, 1)$; (b) $\nabla f(0, 0) = (-1, 2)$; (c) $\nabla f(0, 0) = (-2, 1)$.

Esercizio 3. L'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = -xe^y + ye^x$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, in $(-1, 0)$ è

- (a) $ex - (e + 1)y + ez = 0$; (b) $(1 + e)x - ey + ez = 0$; (c) $ex - y + ez = 0$.

Esercizio 4. Sia

$$f(x, y) = x^2 - 2xy, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

e sia

$$K = \{(x, y) : 2x^2 + y^2 \leq 6\}.$$

Determinate

- (a) il minimo e il massimo globale di f su K ;
(b) l'insieme immagine $f(K)$.

Esercizio 5. Sia

$$K = \left\{ (x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \left(2\sqrt{x^2 + y^2} - 1\right)^2 + 4z^2 \geq 1 \text{ e } x, y, z \geq 0 \right\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K .

(b) Calcolate $I = \int_K z dV_3(x, y, z)$.

Esercizio 6. Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + x(t) = 2 \cos^2 t \\ x(0) = 1 \text{ e } x'(0) = 0. \end{cases}$$

(a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale.

(b) Determinate la soluzione del problema di Cauchy.
