COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋	
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2017-2018 — PARMA, 5 SETTEMBRE 2018

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di due ore e mezza. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $A = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ |x| - 4 \le y < \mathrm{e}^{-|x|} \text{ e } -3 \le x \le 2\right\}$. Allora,

(a) è chiuso; (b) il punto $(1, 1/\mathrm{e})$ è punto di accumulazione di A; (c) è convesso.

Esercizio 2. Sia γ la curva parametrica definita da $\gamma(t) = (\pi t + \operatorname{sen}(\pi t))\, e_1 - t^2 e_2$ per $t \in \mathbb{R}$. Allora, il vettore normale n a γ in $t_0 = 1$ è

(a) $n = e_1$; (b) $n = e_1 - e_2$; (c) $n = -2e_2$.

Esercizio 3. Sia $\Phi \in C^\infty(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ la funzione di componenti $\Phi = (\Phi^1, \Phi^2)$ definite da

$$\Phi^1(x, y) = x + \mathrm{e}^{-y} \qquad \text{e} \qquad \Phi^2(x, y) = \operatorname{sen}(xy) + x^2 - 3y$$

per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Allora,

(a) $D\Phi(1, 2)$ è simmetrica; (b) $D\Phi(1, 0)$ è invertibile; (c) $J\Phi(4\pi, 1) > 0$.

Esercizio 4. Sia

$$f(x, y, z) = x + y^2 + 2z^3/3, \qquad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinate gli eventuali punti critici di f e stabilitene la natura.

(b) Determinate i massimi ed i minimi globali di f sulla palla

$$B = \left\{(x, y, z) : \ x^2 + y^2 + z^2 \le 1\right\}.$$

Esercizio 5. Sia

$$K = \left\{(x, y, z) : \ \max\left\{\sqrt{x^2 + y^2}, 1 - \sqrt{x^2 + y^2}\right\} \le z \le \sqrt{1 - x^2 - y^2} \text{ e } x, y \ge 0\right\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K.

(b) Calcolate $I = \displaystyle\int_K xy \, dV_3(x, y, z)$.

Esercizio 6. Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 4x'(t) + 3x(t) = 4t\mathrm{e}^{-t} + 3t - 5 \\ x(0) = -1 \text{ e } x'(0) = -10. \end{cases}$$

(a) Determinate tutte le soluzioni dell'equazione differenziale.

(b) Determinate la soluzione del problema di Cauchy.