| | | | |
|---|---|---|---|
| COGNOME | ____________________ | NON SCRIVERE QUI | |
| NOME | ____________________ | 1 2 3 4 5 6 | |
| MATRICOLA | \|_\|_\|_\|_\|_\|_\| | | |
| LAUREA | CIV AMB   GEST   INF ELN TLC   MEC | | |

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
## DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
## ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
## A.A. 2017-2018 — PARMA, 28 MARZO 2018

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

**Esercizio 1.** Sia $\gamma$ la curva parametrica definita da $\gamma(t) = \left(t + \mathrm{e}^t\right) e_1 - t^2 e_2$ per $t \in \mathbb{R}$. Allora, il vettore normale $n$ a $\gamma$ in $t_0 = 1$ è

(a) $n = (1+\mathrm{e})e_1 - 2e_2$;  (b) $n = 2e_1 + (1+\mathrm{e})e_2$;  (c) $n = (1+\mathrm{e})e_1 - e_2$.

---

**Esercizio 2.** Sia $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$ una funzione avente un punto di minimo locale stretto nel punto $(0,0)$ con $f(0,0) = 0$. Quale tra i seguenti può essere il polinomio di Taylor di $f$ del secondo ordine in tale punto?

(a) $p(x,y) = x^2/2 + y^2 + xy$;  (b) $p(x,y) = x - y + x^2 + y^2$;  (c) $p(x,y) = x^2/2 - y^2 + xy$.

---

**Esercizio 3.** Quale delle seguenti equazioni differenziali ha come soluzione la funzione $x(t) = t\log t$, $t > 0$?

(a) $x'(t) = tx(t) + t$;  (b) $x'(t) = x(t)/t + 1$;  (c) $x'(t) = x(t) + 1$.

---

**Esercizio 4.** Sia $a \in C^1(\mathbb{R})$ una funzione e sia $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ il campo vettoriale di componenti $f = (f^1, f^2)$ definito da

$$f^1(x,y) = 2xy^2 + ya(x) \qquad \text{e} \qquad f^2(x,y) = 2x^2y + a(x)$$

per ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

(a) Determinate tutte le funzioni $a \in C^1(\mathbb{R})$ che rendono il campo vettoriale $f$ conservativo.

(b) Per tali funzioni $a$, determinate i potenziali del corrispondente campo $f$.

(b) Determinate $a$ in modo che l'integrale curvilineo di $f$ lungo la curva

$$\gamma(t) = (\cos t)e_1 + 2(\operatorname{sen} t)e_2, \qquad t \in [0, \pi/2],$$

sia uguale a 1.

---

**Esercizio 5.** Considerate l'insieme

$$K = \left\{(x,y,z) : \, x^2 + y^2 + z^2 \le \pi, \, 0 \le z \le \sqrt{x^2+y^2} \text{ e } x, y \ge 0\right\}.$$

(a) Descrivete l'insieme $K$ e disegnatelo.

(b) Calcolate $I = \displaystyle\int_K z \operatorname{sen}\left(x^2 + y^2 + z^2\right) dV_3(x, y, z)$.

---

**Esercizio 6.** Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = [x(t)]^2 + [1 - x(t)]^2 \\ x(0) = x_0 \in \mathbb{R} \end{cases}$$