COGNOME	____________________	NON SCRIVERE QUI	
NOME	____________________	1 2 3 4 5 6	
MATRICOLA	________		
LAUREA	CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2016-2017 — PARMA, 15 GIUGNO 2017

Compilate l' intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. La lunghezza L della curva $\gamma(t) = -t^3 e_1 + t^2 e_2$, $t \in [0,1]$, è

(a) $L = -\sqrt{13}/3$; (b) $L = 26\sqrt{13}/3$; (c) $L = (13\sqrt{13} - 8)/27$.

Esercizio 2. Sia $f(x,y) = \operatorname{sen}(xy) + x^2 + y$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. L'equazione del piano tangente al grafico di f sopra il punto di coordinate $(\pi, 1)$ è

(a) $(2\pi - 1)x + (1 - \pi)y - z = \pi^2 - 2\pi$; (b) $(2\pi - 1)x - z = \pi^2 - \pi - 1$; (c) $\pi x - z = 3y - 4$.

Esercizio 3. Sia $E \subset \mathbb{R}^2$ un insieme misurabile la cui misura (area) è data dalla formula

$$|E| = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \left(\int_{1/\cos\theta}^{2/\cos\theta} \rho \, d\rho \right) d\theta.$$

Quale tra i seguenti insiemi può essere E?

(a) $E = \left\{(x,y) : \, 1 \le x \le 2 \text{ e } x \le y \le \sqrt{3}x\right\}$; (b) $E = \left\{(x,y) : \, 1 \le x^2 + y^2 \le 4 \text{ e } x \le y \le \sqrt{3}x\right\}$;
(c) $E = [1,2] \times [\pi/4, \pi/3]$.

Esercizio 4. Sia

$$f(x,y,z) = x^2 + yz - 2x + y^2 z, \qquad (x,y,z) \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinate i punti critici di f e stabilitene la natura;

(b) Determinate il massimo ed il minimo globale di f sull'insieme

$$\Gamma = \left\{(x,y,z) : \, x^2 + y^2 + z^2 = 6 \text{ e } z = 1\right\}.$$

Esercizio 5. Sia

$$K = \left\{(x,y,z) : \, 2(x^2 + y^2) \le z \le 3 - \sqrt{x^2 + y^2} \text{ e } 0 \le y \le x\right\}.$$

(a) Descrivete l'insieme K.

(b) Calcolate $I = \displaystyle\int_K xy\, dV_3(x\,,y\,,z)$.

Esercizio 6. Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \operatorname{sen}(x(t)) \tan(x(t)) \\ x(0) = \pi/4. \end{cases}$$