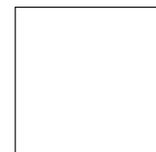


COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____
LAUREA CIV AMB GEST INF ELN TLC MEC

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
ESAME DI ANALISI MATEMATICA 2
A.A. 2016-2017 — PARMA, 7 FEBBRAIO 2017

Compilate l'intestazione in alto a sinistra e scrivete cognome e nome in stampatello anche su ogni altro foglio. Il tempo massimo per svolgere la prova è di tre ore. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli protocollo.

Esercizio 1. Sia $\alpha \geq 0$. Il limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{|x|^\alpha y}{x^2 + y^2}$

- (a) vale $+\infty$ per $\alpha = 0$; (b) esiste se e solo se $\alpha > 1$; (c) non esiste per $\alpha = 2$.

Esercizio 2. La funzione $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$ ha in $P = (x_0, y_0)$ un punto di massimo relativo. Quale tra le seguenti matrici può essere la matrice hessiana di f in P ?

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; (b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$; (c) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3. Di quale tra le seguenti equazioni differenziali è soluzione la funzione $x(t) = e^{2t} + 2t$?

- (a) $x'(t) = 2x(t) - 4t$; (b) $x''(t) - 5x'(t) + 6x(t) = 0$; (c) $x''(t) - 2x'(t) = -4$.

Esercizio 4. Sia $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y, z) = x + y + z, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- (a) Descrivete gli insiemi di livello $\{f = c\}$ ($c \in \mathbb{R}$) di f .
(b) Determinate massimo e minimo globali di f sull'insieme $K = \{(x, y, z) : 2x^2 + y^2 + 3z^2 \leq 1\}$.

Esercizio 5. Sia $\Phi: \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}_+^2$ il cambio di variabili $(x, y) = \Phi(u, v)$ definito da

$$u = \sqrt{x^2 + y} \quad \text{e} \quad v = y/x^2.$$

- (a) Determinate esplicitamente Φ e calcolate lo jacobiano $J\Phi$.
(b) Disegnate l'insieme

$$K = \{(x, y) : x > 0, x^2 \leq y \leq 2x^2 \text{ e } 1 - x^2 \leq y \leq 2 - x^2\}$$

e calcolatene la misura (area) $|K|$.

Esercizio 6. Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = e^{x(t)} - \frac{1}{e^{x(t)}} \\ x(0) = \log 2. \end{cases}$$