

---

UNIVERSITÀ DI PARMA

Esame scritto di Analisi Matematica 1

A.A. 2014-2015 — Parma, 18 febbraio 2015

---

---

Per svolgere questa prova è stato assegnato un tempo massimo di 2 ora.

---

---

1) Sia  $f(x) = e^{-2x^2} - \cos(2e^x - 2)$ .

- a) Determinare l'ordine e la parte principale della funzione  $f(x)$  quando  $x \rightarrow 0$ .  
b) Calcolare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 2x^\alpha}{x^3}.$$

---

2) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} e^{-1/x},$$

se ne determini il dominio massimale, il segno, i limiti agli estremi del dominio, gli asintoti, le regioni di crescita/decrecenza, la natura degli eventuali punti stazionari, e se ne studi la concavità. Si rappresenti quindi graficamente la funzione e si determini il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$  al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .

---

3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = -3x^2 - 5x + 5 + 2(4x + 1)e^x, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 7. \end{cases}$$

---

4) Stabilire per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}(1/x^2)}{|x-1|^{2\alpha} (\log(1+x))^\alpha} dx$$

converge