Cognome				Nov acriving our	
Nome	Nome			Non scrivere qui	
Matricola LIIIII					
Corso	Acerbi	Belloni	Mucci	AB	1 2 3 4

## Università di Parma— Facoltà di Ingegneria

## Esame scritto di Analisi matematica 1 - Seconda parte

A.A. 2014-2015 — PARMA, 2 LUGLIO 2015

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo IN STAMPATELLO cognome, nome e numero di matricola, e fate una barra sul Corso. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di 2 ora. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti i fogli a quadretti dentro quello con il testo.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

Nell'apposito spazio, dovete riportare sia la risposta che lo svolgimento (o traccia dello svolgimento).

1) Calcolate le soluzioni  $z \in \mathbb{C}$  dell'equazione

$$\left(\frac{z\sqrt{3} + \mathbf{i}}{z - 1}\right)^3 = 8\mathbf{i}$$

scrivendole tutte in forma algebrica,  $z = \Re z + i\Im z$ .

## 2) Sia data la funzione

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-|x|}.$$

Determinatene il dominio, i limiti agli estremi del dominio, gli intervalli di monotonia e quelli di convessità/concavità.

Nei punti angolosi di  $\,f\,$ , calcolate le derivate destra/sinistra.

Usando queste informazioni, tracciate poi un grafico qualitativo della funzione.

(Solo Analisi 1) Calcolate l'estremo inferiore di f, stabilendo se è anche il minimo.

3) Calcolate lo sviluppo di Taylor centrato in  $x_0 = 0$  e di ordine 4 della funzione

$$g(x) = \cos x - \cos(\log(1+x)) .$$

Dato il parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , si consideri la funzione

$$f(x) = \cos(\alpha x) - \cos(\log(1 + \alpha x)) + \alpha^2 x^3.$$

Calcolate lo sviluppo di Taylor centrato in  $x_0=0$  e di ordine 4 di f. Dite poi per quale valore non nullo  $\alpha_0$  la funzione f è un infinitesimo di ordine 4. Per tale valore  $\alpha_0$  calcolate infine il limite  $\lim_{x\to 0} x^{-4} f(x)$ .

4) Calcolate il seguente integrale

$$I = \int_0^{\pi/3} \frac{\cos x + 2}{\cos x - 2} \tan x \, dx.$$

(Solo Analisi 1) Stabilite se I è un numero positivo o negativo.