



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA
CORSI DI LAUREA IN FISICA E MATEMATICA
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1
3 SETTEMBRE 2014

Nome e Cognome:.....

Corso di Laurea:.....

Istruzioni: Scrivete nome e cognome e Corso di Laurea negli appositi spazi. Al termine della prova **riconsegnate** questo foglio all'interno dei fogli protocollo sui quali avete svolto gli esercizi. Su ognuno di tali fogli riportate il vostro nome e cognome.

1. Data la funzione $f(x) = xe^{4-x^2}$, se ne determini il dominio massimale, i limiti agli estremi del dominio, gli asintoti, regioni di crescita/decrecenza e la natura dei punti stazionari.
Determinare poi, al variare di $k \in \mathbf{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^{3x} - e^{2x} + 4e^x - 6}{e^{3x} + 4e^x} dx.$$

3. Data la funzione $f_\alpha(x) = e^{x+\alpha x^2} + \frac{1}{x - \cos(2x)}$ determinare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, il valore del limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{-2} f(x).$$

4. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (2x + 1)e^x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

determinando esplicitamente l'intervallo più grande contenente $x = 0$ in cui tale soluzione è definita.

Con la sostituzione $y = e^x$ la funzione razionale che si ottiene si dovrebbe scomporre nelle
somma

$$\frac{1}{2(y^2 + 4)} + \frac{1}{y} - \frac{3}{2y^2}$$

Per quanto riguarda l'eq. diff. dovrebbe venire

$$e^{-y(x)} = \frac{1}{e} - x^2 - x$$