

Presentazione del corso

Libri consigliati (vedi pagina web)

Docente: Marino Belloni

Contatti: marino.belloni@unipr.it

Pagina web: people.math.unipr.it/marino.belloni/

Teoria & Esercizi: Marino Belloni

Tutoraggio: Prof.ssa Deanna FIORANI
Prof.ssa Viriana DOLDI

Teoria & Esercizi (ORARIO)

Lunedì 10.30:12.30 (Aula P) 14.30:16.30 (Aula H)

Martedì 8.30:10.30 (Aula P)

Giovedì 10.30:12.30 (Aula P)

Tutoraggio (ORARIO)

Martedì 14.30:16.30 { Aula A~~1~~ Prof.ssa Doldi (*)
Aula 8 Prof.ssa Fiorani (**)

Giovedì 16.30:18.30 { Aula P Prof.ssa Doldi (*)
Aula 8 Prof.ssa Fiorani (**)

(*) Matricole DISPARI (con Virginia Doldi)

(**) " Pari (con Desha Fiorani)

MODALITÀ D'ESAME

Prima prova: 7 quesiti a risposta chiusa

Seconda prova: 4 esercizi a risposta aperta

Terza prova: prova orale

Prima prova: 7 quiz, ciascuno con

4 risposte di cui una sola è corretta

+3 risposte corrette ✓

-1 " sbagliate ✗

(la votazione va da -7 a 21)

chi totalizza una votazione ≥ 10

accede alla seconda prova

Seconda prova: 4 esercizi a risposta
aperta

(la votazione va da 0 a 40)

Voto dello scritto = $\frac{(\text{Voto 1}^{\text{a}} \text{ prova}) + (\text{Voto 2}^{\text{a}} \text{ prova})}{2}$
compleativo

Chi ottiene una votazione complessiva
 ≥ 17

può sostenere la prova orale

Prova orale: tutti gli argomenti trattati
nel corso
(votazione da $\emptyset$ a $+\infty$) $\swarrow$ 30 e 100%

Votazione finale: $\frac{(\text{Voto Scritto}) + (\text{Voto Orale})}{2}$

Argomenti prova scritta: argomenti
introdotti nelle lezioni e nelle esercitazioni

Argomenti prova orale: le definizioni,
i Teoremi, le dimostrazioni, gli esempi
ed i controesempi trattati
a lezione

IMPORTANTE

Prima e seconda prova scritta sono una di seguito all'altra, in quanto la prima prova viene autovalutata dallo studente

- lo studente scrive la stringa delle risposte e il numero del suo compito
- lo studente esce dall'aula, legge la stringa corretta e la confronta con le sue risposte
- lo studente calcola il suo voto nella 1^a prova
 - $x \geq 10$ allora accede alla seconda prova
 - $x < 10$ allora l'esame non è superato

Dopo alcuni giorni (5÷7 gg) si svolge la prova orale: questa verte su tutto il programma sotto a lezione & esercitazione

(vedi la mia pagina web per istruzioni)

MOLTO IMPORTANTE

NON E' POSSIBILE

STUDIARE TUTTI I RISULTATI
DI ANALISI 1 NELL'INTERVALLO
TEMPORALE data scrith - data orob

Ne segue che

DOVETE INIZIARE A STUDIARE

ORA!!!!

Proposizione: È una frase compiuta che
si può dire "VERA" o "FALSA"

Esempio : "2 è un numero naturale"

↑ Proposizione VERA

"Che ora è?"

↑ Non è una proposizione

Predicato "x è un numero naturale"

$\Downarrow$
 $N(x)$

$N(1)$ è vera

$N(\sqrt{2})$ è falsa

Esempio

" $x \cdot y$ è un numero naturale" : $D(x, y)$

$\forall$ $\equiv$ "qualunque sia" "per ogni"

$\exists$ $\equiv$ "esiste almeno uno"

Nota : $(\forall = \text{non } \exists)$ $(\exists = \text{non } \forall)$

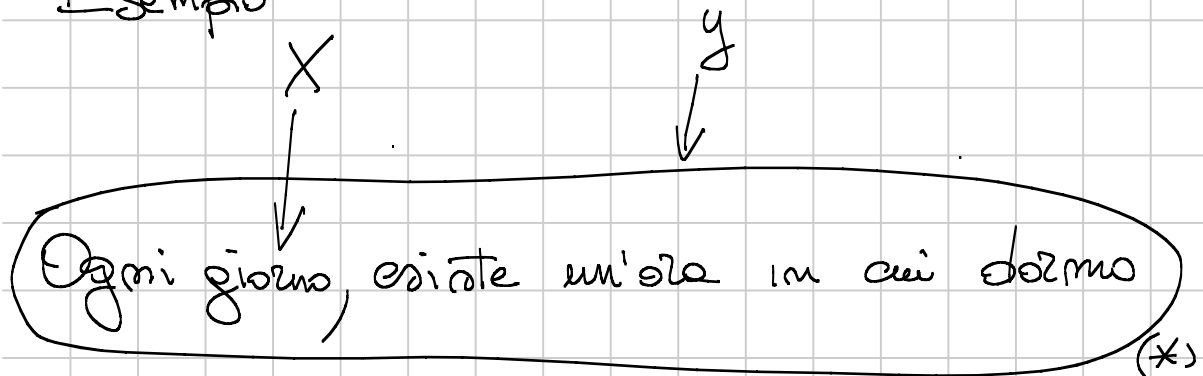
"non è vero che tutti gli uomini sono ricchi"

"non $(\forall x, R(x) \text{ è vera})$ "

" $\exists x : R(x)$ è falsa"

"esiste almeno un vero valore"

Esempio



$x \equiv$ giorno, $y \equiv$ ora,

$D(x,y) \equiv$ dormo l'ora y del giorno x

(*) $\forall x, \exists y : D(x,y)$ è vero

$\downarrow$
 $\underbrace{\text{non} (*)}_{\text{non}} \Leftrightarrow \text{non} (\forall x, \exists y : D(x,y) \text{ è vero})$

$\Leftrightarrow \exists x : \forall y D(x,y) \text{ è falsa}$

$\Leftrightarrow$ "Esiste un giorno in cui
non dormo nessuna ora"

$A, B, C, \dots \equiv$ proposizioni

A	$\text{non } A$
0	1
1	0

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

"esco di casa

e
chiudo la porta"

è vera quando entrambe
sono vere

A	B	$A \vee B$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

"mangio un primo
o
un secondo"

questa proposizione è
falsa quando sono entrambe
falsa (ovvero se non mangio
nulla)

$$A \vee B \equiv \text{non}(\text{non}(A \wedge B))$$

$$\textcircled{\equiv} \text{non}(\text{non } A \wedge \text{non } B)$$

↓ dimostrazione dell'equivalenza

A	B	A σ B	non A	non B	non A e non B	non (non A e non B)
0	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1

IMPLICAZIONE

" $A \Rightarrow B$ "

"se A allora B"

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
1	0	0
0	1	1
1	1	1

"Se passi davanti all'edicola ^A
 allora comprami il giornale ^B"

" $A \Rightarrow B$ "

$(A \Rightarrow B) \stackrel{\text{eq.}}{\equiv} (\text{non } A \sigma B)$
 dim

A	B	$A \Rightarrow B$	non A	B	non A σ B
0	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1

$$\text{non } (A \Rightarrow B) \equiv \text{non } (\text{non } A \vee B)$$

$$\equiv \boxed{A \wedge \text{non } B}$$

Teorema

$$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$

dim
Per assurdo, $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ (la negazione dell'asserto)

$\Rightarrow \exists m, n \in \mathbb{N}$, m ed n primi tra loro

Tali che $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$

1° caso m pari ed n dispari $m = 2k$

$$2 = \frac{m^2}{n^2} \Leftrightarrow 2n^2 = 4k^2 \Leftrightarrow n^2 = 2k^2$$

$\Rightarrow m^2$ è pari $\Rightarrow$ n è pari Assurdo

2° caso m dispari ed n pari $n = 2k$

$$2 = \frac{m^2}{n^2} \Leftrightarrow 2 \cdot (4k^2) = m^2 \Leftrightarrow 8k^2 = m^2$$

$\Rightarrow m^2$ è pari $\Rightarrow$ m è pari Assurdo

3° caso m ed n dispari

$$2 = \frac{m^2}{n^2} \Leftrightarrow 2m^2 = n^2 \Rightarrow m^2 \text{ è pari}$$

$\Rightarrow m$ è pari Assurdo $\swarrow$

Nota: il caso m ed n pari non è stato considerato: perché? (si legge la dimostrazione)

Contronominale

$$A \Rightarrow B \equiv \text{non } B \Rightarrow \text{non } A$$

↙ equivalente
↘ dimostrazione dell'equivalenza

A	B	<u>$A \Rightarrow B$</u>		non B	non A	<u>$\text{non } B \Rightarrow \text{non } A$</u>
0	0	1		1	1	1
1	0	0	$\longleftrightarrow$	1	0	0
0	1	1		0	1	1
1	1	1		0	0	1

Teorema

Se $x \geq 1$ allora $x+2 \geq 3$

Teorema (contronominale del precedente)

Se $x+2 < 3$ allora $x < 1$

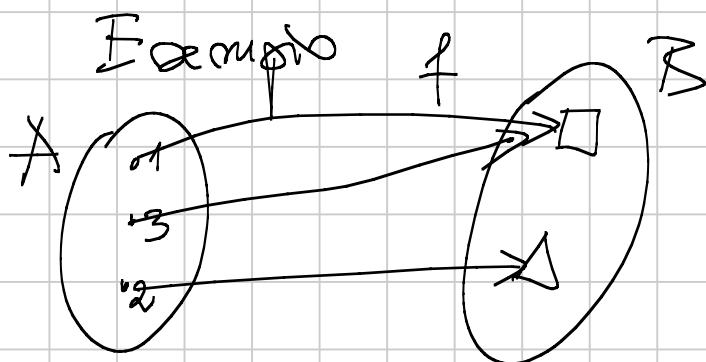
Def una funzione è una Terna

$f: A \rightarrow B$ dove A è il dominio

B " il codominio

f è la legge che
assegna ad ogni
el. x di A una
immagine $f(x) \in B$

$$\boxed{\forall x \in A, \exists y \in B : f(x) = y}$$



$$f(1) = f(3) = \square$$

$$f(2) = \triangle$$

• funzioni elementari

• x^k con $k \in \mathbb{N}$

• $\sin x$ e $\cos x$

• e^x

A partire da queste, considero

• le inverse $\frac{1}{x^k}$, $\arcsin x$ e $\arccos x$,
 $\log x$
e

- somme e prodotti e quozienti (quando il denominatore $\neq 0$) delle f. ni elementari e inverse
- composizioni delle funzioni elementari e inverse

COMPOSIZIONE

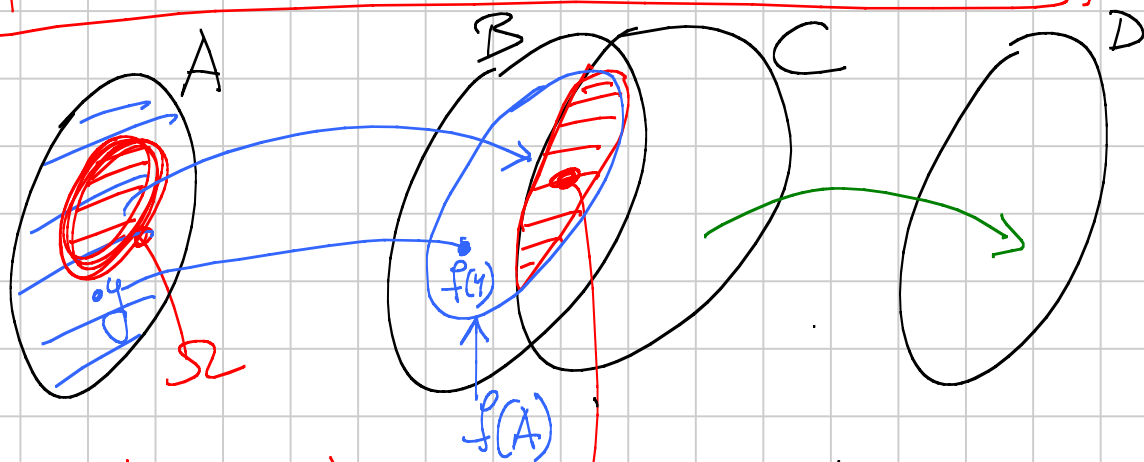
$$f: A \rightarrow B \quad g: C \rightarrow D$$

Def date f e g , si dice funzione composta $(g \circ f): \Omega \rightarrow D$

la funzione $x \rightarrow f(x) \rightarrow g(f(x))$

dove $\Omega = f^{-1}(f(A) \cap C) \neq \emptyset$

$$f^{-1}(E) = \{x \in A : f(x) \in E\} \quad f: A \rightarrow B$$



$$\Omega = f^{-1}(f(A) \cap C)$$

$$f(A) \cap C$$

$$\cancel{g(f(x))}$$

Esercizio: determinare il dominio massimale della funzione

$$h(x) = \log(\sqrt{10-x^2} - 1)$$

Def dominio massimale di $h(x)$

è l'insieme $\text{dom}(h) = \{x \in \mathbb{R} : \underset{\uparrow}{h(x)} \in \mathbb{R}\}$.

N.B. Tutti i valori di x per cui $h(x)$ ha senso, ovvero $h(x) \in \mathbb{R}$

$$h(x) = \log(\sqrt{10-x^2} - 1) = (g \circ f)(x) = \underset{\uparrow}{g(f(x))}$$

$$f(x) = \sqrt{10-x^2} - 1$$

$$g(y) = \log(y)$$

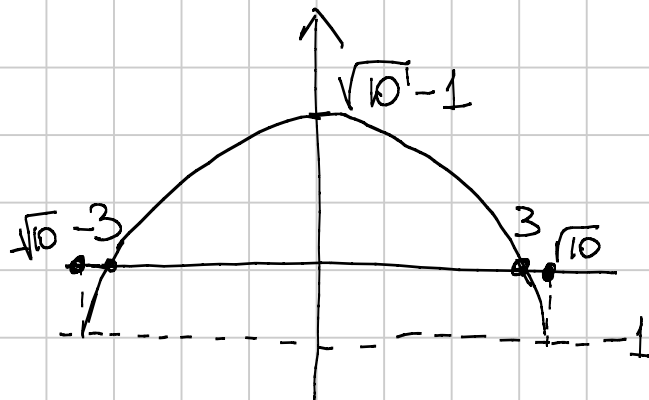
$$\text{dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : 10-x^2 \geq 0\}$$

$$= \{x \in \mathbb{R} : -\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}\}$$

$$\text{dom}(g) = \{y \in \mathbb{R} : y > 0\}$$

$$[-\sqrt{10}, \sqrt{10}] \xrightarrow{f} \mathbb{R}$$

$$]0, +\infty[\xrightarrow{g} \mathbb{R}$$



$$f(x) = \sqrt{10-x^2} - 1$$

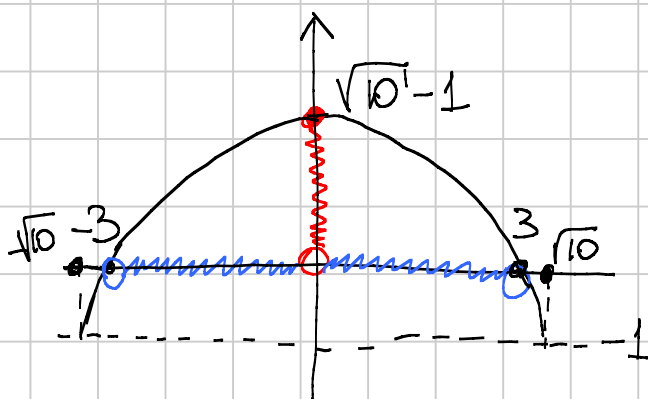
$$f(3) = 0 = f(-3)$$

$$f(\sqrt{10}) = f(-\sqrt{10}) = -1$$

$$f([-\sqrt{10}, \sqrt{10}]) = [-1, \sqrt{10}-1]$$

$$f([-\sqrt{10}, \sqrt{10}]) \cap \underset{\substack{[-1, \sqrt{10}-1] \\ \text{"}}} {\text{dom}(g)} =]0, \sqrt{10}-1]$$

$$\begin{aligned} \Omega &= f^{-1} \left(f([-\sqrt{10}, \sqrt{10}]) \cap \text{dom } g \right) = \\ &= f^{-1} (]0, \sqrt{10}-1]) =]-3, 3[\end{aligned}$$



Ω dominio massimo di $g \circ f \equiv]-3, 3[$

$$h(x) = \log(\sqrt{10-x^2} - 1)$$

$$\sqrt{10-x^2} - 1 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{10-x^2} > 1$$

$$\Leftrightarrow 10 - x^2 > 1 \Leftrightarrow 9 > x^2$$

$$\Leftrightarrow x \in]-3, 3[$$