

Lezione 9

CALCOLO DI LIMITI

Calcolare i seguenti limiti:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 4x + 4} ; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(\pi - x)}{\pi - x} ; \quad 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\log_{\frac{1}{3}} x} ; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3}{(1 - x)^2 \cdot (\log x - 3)} ;$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^{-x}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x}}} ; \quad 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{\log x} ; \quad 7) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos\left(\pi - \frac{2}{x-1}\right)}{-e^{-x}} ; \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log_{\frac{4}{5}} x}{3 - x} ;$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{|2-x|}} + \frac{1}{2}}{\log|2-x|} ; \quad 10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{5 - \text{sen} x} ; \quad 11) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x^2 - 3x + 2} ; \quad 12) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) ;$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \left(\text{sen} \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x}\right) ; \quad 14) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \frac{3 + \text{sen} x}{2 + \cos x} ; \quad 15) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2 + \cos x)^x ; \quad 16) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x + 2^{\frac{1}{x-3}}}$$

Calcolare, se esistono, i seguenti limiti :

$$17) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1} ; \quad 18) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 5x^2}{x^4 + 2x^2} ; \quad 19) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x^2 - 1}{x^3 + 5} ; \quad 20) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2x + 7}{3x^5 - 1}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 + 3x - 1}{6x^3 + 7} ; \quad 22) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 + x^2}}{3x + 1} ; \quad 23) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} ; \quad 24) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + x + 2}}{x + 7}$$

$$25) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}) ; \quad 26) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - x}) ; \quad 27) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + x + \sqrt{x^2 - 3x}) ;$$

$$28) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x - 4} - x}{x + 1} ; \quad 29) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 2}} ; \quad 30) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{-x} + x^3}{\frac{1}{2^x} - x^{10}} ;$$

$$31) \text{ Discutere, al variare di } a \in \mathfrak{R}, \text{ il valore dei seguenti limiti: a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x + 2} - ax\right) ;$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{ax^2 + x}) \text{ con } a > 0 ; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0^-} 3^{\frac{2-a}{x}} ; \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a+1)x^2 + 2(a+2)x - 1}{ax + 2} .$$

RISULTATI:

1) $-\infty$; 2) 0 ; 3) 0^- ; 4) $+\infty$; 5) $+\infty$; 6) 0^+ ; 7) $+\infty$; 8) $+\infty$; 9) 0^- ; 10) $+\infty$; 11) $-\infty$; 12) $-\infty$; 13) 0 ; 14) $+\infty$;
 15) $+\infty$; 16) $1/3$; 17) $3/2$; 18) $-5/2$; 19) $+\infty$; 20) 0^+ ; 21) $5/6$; 22) $1/3$ se $x \rightarrow +\infty$, $-1/3$ se $x \rightarrow -\infty$; 23) -1 ;
 24) 0^+ ; 25) 0^- ; 26) $1/2$; 27) $9/2$; 28) -2 ; 29) 2 ; 30) 0^- ; 31)a) -2 se $a = 1$, $+\infty$ se $a < 1$, $-\infty$ se $a > 1$;
 b) $-1/2$ se $a = 1$, $+\infty$ se $0 < a < 1$, $-\infty$ se $a > 1$; c) 1 se $a = 2$, 0 se $a < 2$, $+\infty$ se $a > 2$, d) $-\infty$ se $a < -1$ oppure $a > 0$,
 $+\infty$ se $-1 < a \leq 0$, -2 se $a = -1$.