

Lezione 5

I NUMERI RAZIONALI E I NUMERI REALI:

1) Dimostrare che i numeri razionali sono o con sviluppo decimale finito o con sviluppo decimale periodico.

2) Calcolare il sup. e l'inf. dei seguenti insiemi, individuando gli eventuali max. e min. :

$$A = \left\{ \frac{2n+3}{5n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\},$$

$$B = \left\{ \frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\},$$

$$C = \left\{ \frac{|3-2n|}{n+2} : n \in \mathbb{N} \right\},$$

$$D = \left\{ \frac{(-1)^n n + n}{2n+1} : n \in \mathbb{N} \right\},$$

$$E = \left\{ 2 - \frac{1}{(-1)^n \cdot n} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\},$$

$$F = \left\{ \frac{3-2^n}{2^{n+1}} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

3) Dimostrare che l'insieme $A = \left\{ \frac{2}{n} - n^2, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$ non è inferiormente limitato e che l'insieme $B = \{n - 7\sin(n) + 4\cos(n) : n \in \mathbb{N}\}$ non è superiormente limitato.

RISULTATI:

2A) $\inf = 2/5$, $\sup = 1 = \max$; 2B) $\inf = 0 = \min$, $\sup = 1$; 2C) $\inf = 1/4 = \min$, $\sup = 2$;

2D) $\inf = 0 = \min$, $\sup = 1$; 2E) $\inf = 3/2 = \min$, $\sup = 3 = \max$; 2F) $\inf = -1/2$, $\sup = 1 = \max$