

INTEGRALI INDEFINITI

1) Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

- a) $\int \frac{1}{x\sqrt{2x-1}} dx$; b) $\int \frac{2}{\sin x} dx$; c) $\int \frac{2x^4 + 3x^3}{x^2 + 3} dx$; d) $\int \frac{x^3 + 1}{x^2(1+x^2)^2} dx$; e) $\int \frac{\arctg e^x}{e^x + e^{-x}} dx$;
- f) $\int \frac{\operatorname{tg}^2 x + 1}{\operatorname{tg}^3 x + 2\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x} dx$; g) $\int x e^x \sqrt{e^x - 1} dx$; h) $\int \frac{\sin x \cos^3 x}{1 + \sin^2 x + 2 \sin x} dx$; i) $\int \frac{\sqrt{x+1} + 2}{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}} dx$
- l) $\int \sqrt[3]{e^x + 8} dx$; m) $\int \frac{3 \cos x}{3 \sin^2 x + 5 \sin x - 2} dx$; n) $\int \frac{2x-1}{x^2} \ln x dx$; o) $\int \frac{e^x + 2}{e^{3x} - e^{2x} + 2e^x} dx$;
- p) $\int \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^3} dx$; q) $\int \frac{x-1}{x^2 \sqrt{2x-1}} dx$; r) $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx$; s) $\int \frac{2 \operatorname{tg}^3 x}{1 + \sin^2 x} dx$; t) $\int e^{2x} \cdot \sin(3x) dx$;
- u) $\int x \cdot \sqrt{x^2 + 1} dx$; v) $\int \frac{4x^2 - 16x + 4}{x^3 - 3x^2 - x + 3} dx$; z) $\int \frac{1+x}{\cos^2 x} dx$; w) $\int e^x \cosh(x) dx$; y) $\int \sinh^3(x) dx$.

2) Quale è la funzione $f(x)$ tale che $f'(x) = e^{x^2} \cdot (2x^2 + 2x + 1)$? (A) $e^{x^2} \cdot (x+1) - 2$;
 (B) $e^{x^2} \cdot (2x^2 - 2x + 3)$; (C) $e^{x^2} \cdot (2x^3/3 + x^2 + x)$; (D) nessuna delle precedenti .

3) Quale delle seguenti uguaglianze è corretta? (A) $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + c$;
 (B) $\int \sin \sqrt{x} dx = -\cos \sqrt{x} + c$; (C) $\int \frac{\sin e^{-x}}{e^x} dx = \cos e^{-x} + c$; (D) $\int \log x dx = x \log x + c$.

4) Una primitiva della funzione $f(x) = \frac{3x}{(1+x^3)^2} - \frac{x}{1+x^3}$ è :

(A) $\frac{x^2}{1+x^3}$; (B) $\frac{x}{1+x^3}$; (C) $\frac{x+3}{1+x^3}$; (D) nessuna delle altre risposte è vera.

5) Una primitiva della funzione $(x^3 + 3x) \cdot e^{2x}$ è: (A) $\frac{1}{8}(4x^3 + 6x^2 - 9x + 1) \cdot e^{2x}$;
 (B) $\frac{1}{8}(4x^3 - 6x^2 + 18x - 9) \cdot e^{2x}$; (C) $\frac{1}{8}(4x^3 - 6x^2 - 2x + 1) \cdot e^{2x}$; (D) nessuna delle precedenti.

6) Una primitiva della funzione $f(x) = \frac{e^{3x} - 1}{e^{2x} + 1}$ è: (A); $-1/2 \log(e^{2x} + 1) - \arctg(e^x) + e^x + x$;
 (B) $(e^{3x} - 1) \cdot \log(e^{2x} + 1)$; (C) $-1/2 \log(e^{2x} + 1) + e^x + x$; (D) $1/2 \log(e^{2x} + 1) - \arctg(e^x) + e^x - x$.

7) Una primitiva di $f(x) = (x+1) \cdot \sin(2x)$ è :

A) $-(x+1)\cos(2x)$; B) $-1/2 \cdot (x+1)\cos(2x)$; C) $(x^2/2+x)\sin(2x)$; D) $1/4 \cdot \sin(2x) - 1/2 \cdot (x+1)\cos(2x)$.

8) Trovare la primitiva della funzione $f(x) = x \sin x + \cos^2 x$ che si annulla per $x = \pi/2$.

RISULTATI

$$1) \text{ a) } 2\operatorname{arctg}\sqrt{2x-1}+c; \text{ b) } 2\log\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right|+c; \text{ c) } \frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-6x-\frac{9}{2}\log(x^2+3)+6\sqrt{3}\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{3}}+c;$$

$$\text{d) } -\frac{3}{2}\operatorname{arctg}x-\frac{1}{x}-\frac{x+1}{2(x^2+1)}+c; \text{ e) } \frac{1}{2}\operatorname{arctg}^2e^x+c; \text{ f) } \log\left|\frac{\operatorname{tg}x}{\operatorname{tg}x+1}\right|+\frac{1}{\operatorname{tg}x+1}+c;$$

$$\text{g) } \frac{2}{3}\sqrt{e^x-1}\left[e^x\left(x-\frac{2}{3}\right)+\frac{8}{3}-x\right]-\frac{4}{3}\operatorname{arctg}\sqrt{e^x-1}+c; \text{ h) } -\frac{1}{2}\operatorname{sen}^2x+2\operatorname{sen}x-2\log|\operatorname{sen}x+1|+c;$$

$$\text{i) } 2\log|\sqrt{x+1}-1|-\log(x+2+\sqrt{x+1})-\frac{2\sqrt{3}}{3}\operatorname{arctg}\frac{2\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{3}}+c;$$

$$\text{l) } 3\sqrt[3]{e^x+8}+\log\frac{\left(\sqrt[3]{e^x+8}-2\right)^2}{\left(\sqrt[3]{e^x+8}\right)^2+2\sqrt[3]{e^x+8}+4}-2\sqrt{3}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt[3]{e^x+8}+1}{\sqrt{3}}+c; \text{ m) } \frac{3}{7}\log\left|\frac{3\operatorname{sen}x-1}{\operatorname{sen}x+2}\right|+c;$$

$$\text{n) } \log^2x+\frac{1}{x}(\log x+1)+c; \text{ o) } x-e^{-x}-\log\sqrt{e^{2x}-e^x+2}-\frac{\sqrt{7}}{7}\operatorname{arctg}\frac{2e^x-1}{\sqrt{7}}+c; \text{ p) } \frac{-2e^x-1}{2(1+e^x)^2}+c;$$

$$\text{q) } -\frac{\sqrt{2x-1}}{x}+c; \text{ r) } \frac{12}{7}\sqrt[3]{\left(1+\sqrt[4]{x}\right)^7}-3\sqrt[3]{\left(1+\sqrt[4]{x}\right)^4}+c; \text{ s) } 1/2\operatorname{tg}^2x-1/4\log(1+2\operatorname{tg}^2x)+c;$$

$$\text{t) } 1/13e^{2x}(2\operatorname{sen}(3x)-3\cos(3x))+c; \text{ u) } \frac{1}{3}\sqrt{(x^2+1)^3}+c; \text{ v) } 2\log|x-1|+3\log|x+1|-\log|x-3|+c;$$

$$\text{z) } (1+x)\operatorname{tg}x+\log|\cos x|+c; \text{ w) } e^{2x}/4+x/2+c; \text{ y) } 1/3\cosh^3x-\cosh x+c; \text{ 2) (A) ; 3) (C) ; 4) (A) ; 5) (B) ; 6) (D) ; 7) (D) ; 8) } -x\cos x+\operatorname{sen}x+1/2x+1/4\operatorname{sen}(2x)-1-\pi/4.$$