Lezioni 13 – 14

SERIE:

1) Calcolare:

a) $\sum_{n=2}^{+\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n$; b) $\sum_{n=4}^{+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n\cdot\frac{1}{n!}$; c) $\sum_{n=6}^{+\infty}\frac{5}{(n-1)(n-2)}$; d) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(3^{\frac{1}{2n-1}}-3^{\frac{1}{2n+1}}\right)$

2) Discutere la convergenza delle seguenti serie:

a) $\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{4n+1}{3n+2}\right)^n$; b) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n}\right)$; c) $\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{3n+2}{4n+1}\right)^n$; d) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n^3}\right)$;

e) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n-1\right)$; f) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n}{1+n\sqrt{1+n^3}}\right)$; g) $\sum_{n=1}^{+\infty}\log\left(\frac{2+n^2}{1+n^2}\right)$; h) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{e^{\frac{-1}{n}}-\cos\frac{1}{n}+\frac{1}{n}}{sen\frac{1}{\sqrt{n}}}\right)$;

i) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$; l) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(2n)!}{5^n\cdot(n!)^2}$; m) $\sum_{n=1}^{+\infty}\cos\left(n\frac{\pi}{6}\right)\cdot\frac{1}{n^2}$; n) $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{sen(n)-2\cos(2n)}{2^n}$;

o) $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n-\sqrt{n}}$; p) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n^2-n\cdot sen^2(n)}$; q) $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\left(1-\cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$.

3) Per quali valori di q (q reale positivo) converge la serie $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{q^{n+\sin(n)}\cdot\sin(n)}{\sqrt{2+\sin(n)}}$?

4) Se α < 0, la serie $\sum_{n=0}^{+\infty}n^{-3\alpha}\cdot\sin\left(n^{4\alpha}\right)$: (A) diverge per ogni α < 0 ; (B) converge se α > - 1 ; (C) converge se α < - 1/4 ; (D) converge se α < - 1.

5) Per quali valori di α (α reale) converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2^{n\alpha}}{4^{(\alpha-2)n}}$?

(A) per ogni α > 4 ; (B) per ogni α > 1 ; (C) per ogni α < 1 ; (D) per ogni α < - 2.

6) Per quali valori di α (α reale) converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\left[nsen\left(n^{\alpha}\right)+(2+\alpha)^{2n}\right]$?

(A) α < - 2 ; (B) | α + 2 | < 1 ; (C) - 3 < α < - 2 ; (D) - 3 < α < - 2 o α > - 1.

7) La serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(n^{\alpha-4}+|\alpha-1|^{-n}\right)$ è convergente se:

(A) 3 < α ; (B) α < 0 o 2 < α < 3 ; (C) 1 < α < 2 ; (D) 1 < α .

8) Dato il parametro q > 0, per ogni n ≥ 1 sia $a_n = \sum_{k=1}^{n}q^k$.

a) Calcolare esplicitamente a_n in funzione di e determinare $\lim_{n\to+\infty}a_n$.

b) Discutere al variare di q > 0 la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(q\cdot a_n\right)^n$.

RISULTATI:

1) a) 1/12 ; b) $e^{1/2}$ – 79/48 ; c) 5/4 ; d) 2; **2)** a) diverge; b) div. ; c) converge; d) conv. ; e) div. ; f) conv. ; g) conv. ; h) conv. ; i) conv. ; l) conv. ; m) conv. ; n) conv. ; o) conv. ; p) conv. ; q) conv. ; **3)** q < 1 ; **4)** (D) ; **5)** (A) ; **6)** (C) ; **7)** (B) ; **8)** b) se $0 < q < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ converge, se $q > \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ diverge.