

Lezione 20

INTEGRALI INDEFINITI

1) Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\begin{aligned} \text{a) } \int \frac{1}{x\sqrt{2x-1}} dx ; \quad \text{b) } \int \frac{2}{\sin x} dx ; \quad \text{c) } \int \frac{2x^4 + 3x^3}{x^2 + 3} dx ; \quad \text{d) } \int \frac{x^3 + 1}{x^2(1+x^2)^2} dx ; \\ \text{e) } \int \frac{\arctg e^x}{e^x + e^{-x}} dx ; \quad \text{f) } \int \frac{\operatorname{tg}^2 x + 1}{\operatorname{tg}^3 x + 2\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x} dx ; \quad \text{g) } \int x e^x \sqrt{e^x - 1} dx ; \quad \text{h) } \int \frac{\sin x \cos^3 x}{1 + \sin^2 x + 2 \sin x} dx ; \\ \text{i) } \int \frac{\sqrt{x+1} + 2}{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}} dx ; \quad \text{l) } \int \sqrt[3]{e^x + 8} dx ; \quad \text{m) } \int \frac{3 \cos x}{3 \sin^2 x + 5 \sin x - 2} dx ; \quad \text{n) } \int \frac{2x-1}{x^2} \ln x dx ; \\ \text{o) } \int \frac{e^x + 2}{e^{3x} - e^{2x} + 2e^x} dx ; \quad \text{p) } \int \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^3} dx ; \quad \text{q) } \int \frac{x-1}{x^2 \sqrt{2x-1}} dx . \end{aligned}$$

2) Quale è la funzione $f(x)$ tale che $f'(x) = e^{x^2} \cdot (2x^2 + 2x + 1)$? (A) $e^{x^2} \cdot (x+1) - 2$;
(B) $e^{x^2} \cdot (2x^2 - 2x + 3)$; (C) $e^{x^2} \cdot (2x^3 / 3 + x^2 + x)$; (D) nessuna delle precedenti .

3) Quale delle seguenti uguaglianze è corretta? (A) $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + c$;
(B) $\int \sin \sqrt{x} dx = -\cos \sqrt{x} + c$; (C) $\int \frac{\sin e^{-x}}{e^x} dx = \cos e^{-x} + c$; (D) $\int \log x dx = x \log x + c$.

4) Una primitiva della funzione $f(x) = \frac{3x}{(1+x^3)^2} - \frac{x}{1+x^3}$ è :

(A) $\frac{x^2}{1+x^3}$; (B) $\frac{x}{1+x^3}$; (C) $\frac{x+3}{1+x^3}$; (D) nessuna delle altre risposte è vera.

5) Una primitiva della funzione $(x^3 + 3x) \cdot e^{2x}$ è: (A) $\frac{1}{8}(4x^3 + 6x^2 - 9x + 1)e^{2x}$;
(B) $\frac{1}{8}(4x^3 - 6x^2 + 18x - 9)e^{2x}$; (C) $\frac{1}{8}(4x^3 - 6x^2 - 2x + 1)e^{2x}$; (D) nessuna delle precedenti.

6) Una primitiva della funzione $f(x) = \frac{e^{3x} - 1}{e^{2x} + 1}$ è: (A); $-1/2 \log(e^{2x} + 1) - \arctg(e^x) + e^x + x$;
(B) $(e^{3x} - 1) \cdot \log(e^{2x} + 1)$; (C) $-1/2 \log(e^{2x} + 1) + e^x + x$; (D) $1/2 \log(e^{2x} + 1) - \arctg(e^x) + e^x - x$.

RISULTATI

$$\begin{aligned} \text{1) a) } 2 \arctg \sqrt{2x-1} + c ; \text{ b) } 2 \log \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c ; \text{ c) } \frac{2}{3} x^3 + \frac{3}{2} x^2 - 6x - \frac{9}{2} \log(x^2 + 3) + 6\sqrt{3} \arctg \frac{x}{\sqrt{3}} + c ; \\ \text{d) } -\frac{3}{2} \arctg x - \frac{1}{x} - \frac{x+1}{2(x^2+1)} + c ; \text{ e) } \frac{1}{2} \arctg^2 e^x + c ; \text{ f) } \log \left| \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} x + 1} \right| + \frac{1}{\operatorname{tg} x + 1} + c ; \end{aligned}$$

$$\text{g) } \frac{2}{3} \sqrt{e^x - 1} \left[e^x \left(x - \frac{2}{3} \right) + \frac{8}{3} - x \right] - \frac{4}{3} \operatorname{arctg} \sqrt{e^x - 1} + c; \text{ h) } -\frac{1}{2} \operatorname{sen}^2 x + 2 \operatorname{sen} x - 2 \log |\operatorname{sen} x + 1| + c;$$

$$\text{i) } 4 \log |\sqrt{x+1} - 1| - 2 \log (x+2+\sqrt{x+1}) - \frac{8\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{3}} + c;$$

$$\text{l) } 3\sqrt[3]{e^x + 8} + \log \frac{(\sqrt[3]{e^x + 8} - 2)}{(\sqrt[3]{e^x + 8}) + 2\sqrt[3]{e^x + 8} + 4} - 2\sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt[3]{e^x + 8} + 1}{\sqrt{3}} + c; \text{ m) } \frac{3}{7} \log \left| \frac{3 \operatorname{sen} x - 1}{\operatorname{sen} x + 2} \right| + c;$$

$$\text{n) } \log^2 x + \frac{1}{x} (\log x + 1) + c; \text{ o) } x - e^{-x} - \log \sqrt{e^{2x} - e^x + 2} - \frac{\sqrt{7}}{7} \operatorname{arctg} \frac{2e^x - 1}{\sqrt{7}} + c; \text{ p) } \frac{-2e^x - 1}{2(1 + e^x)} + c;$$

$$\text{q) } -\frac{\sqrt{2x-1}}{x} + c. \text{ 2) (A) ; 3) (C) ; 4) (A) ; 5) (B) ; 6) (D) .}$$