Lezione n.ro 1

Titolo nota 11/10/2010

Docente: MARINO BELLONI

e mail marino.belloni@unipr.it

Tel (Dipartimento di Matematica) 0521/906900

ESERCITATORI

Prof.ssa GRAZIA BOCCHI – Matricole dispari

Prof.ssa SARA ORELLI – Matricole pari

ORARIO LEZIONI

Lunedì	10.30÷12.30	Aula 0
Martedì	8.30÷10.30	" "
Giovedì	10.30÷12.30	" "

ORARIO ESERCITAZIONI

Mercoledì	1630-1830	Aula 8	Prof. Bocchi	(dispari)
		Aula 7	Prof. Orelli	(pari)
Giovedì	1430-1630	Aula 0	Prof Bocchi	(dispari)
		Aula C	Prof Orelli	(pari)

ORARIO RICEVIMENTO

MARTEDÌ 14,30-16.30

RISULTATI PRECORSO

ENTRO LA SETTIMANA

Programma

$$\mathbb{N} \quad \mathbb{Z} \quad \mathbb{Q} \quad \boxed{\mathbb{R}} \quad \mathbb{C}$$

Calcolo infinitesimale

limiti
continuità } Teor. relativi

SUCCESSIONI

SERIE

Calcolo differenziale

Formula Taylor

Calcolo integrale

Integrali impropri

Modalità d'esame

1° Soglia a quiz   9 quiz con 4 risposte

+3 risposte esatte

−1 " sbagliate

0 " non date

→ 9 (come votazione, passa alla 2ª prova

2. Prova scritta (risposte aperte)

3 − 4 esercizi

Decide 70/80% voto scritto

• Prova orale

Testi consigliati

- "Primo corso di Analisi Matematica" GIALLO
  Acerbi & Buttazzo, Pitagora
- "Analisi Matematica ABC, Vol. 1" ROSSO
  Acerbi & Buttazzo, Pitagora
- "Analisi Matematica. Esercizi Vol 1 funzioni di una variabile"
  Mucci, Pitagora

  Bignami di Teoria
- "Analisi Matematica Vol 1" e "Esercizi e complementi di Analisi Matematica Vol. 1"
  Enrico Giusti, Bollati Boringhieri

"CALCOLO (vol 1)" Tom Apostol, Boringhieri

Thm Weierstrass

che è?

Data $f : A \to \mathbb{R}$

Se
- $A = [a,b]$ insieme chiuso e limitato
- f continua $\forall x \in [a,b]$

allora $\exists$ $\min_{[a,b]} f = f(x_m)$ $\max_{[a,b]} f = f(x_M)$

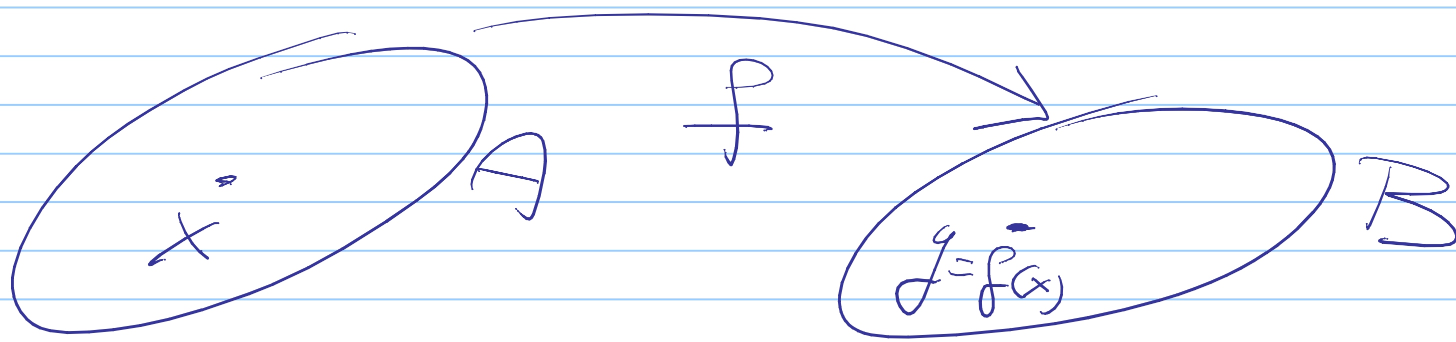
Def: Una funzione f risulta assegnata quando sono assegnati

A ≡ dominio di f

B ≡ codominio di f

f ≡ legge di trasformazione

e si ha che $\forall x \in A \; \exists!\, y \in B$ t.c. $y = f(x)$



Una funzione f è t.c.

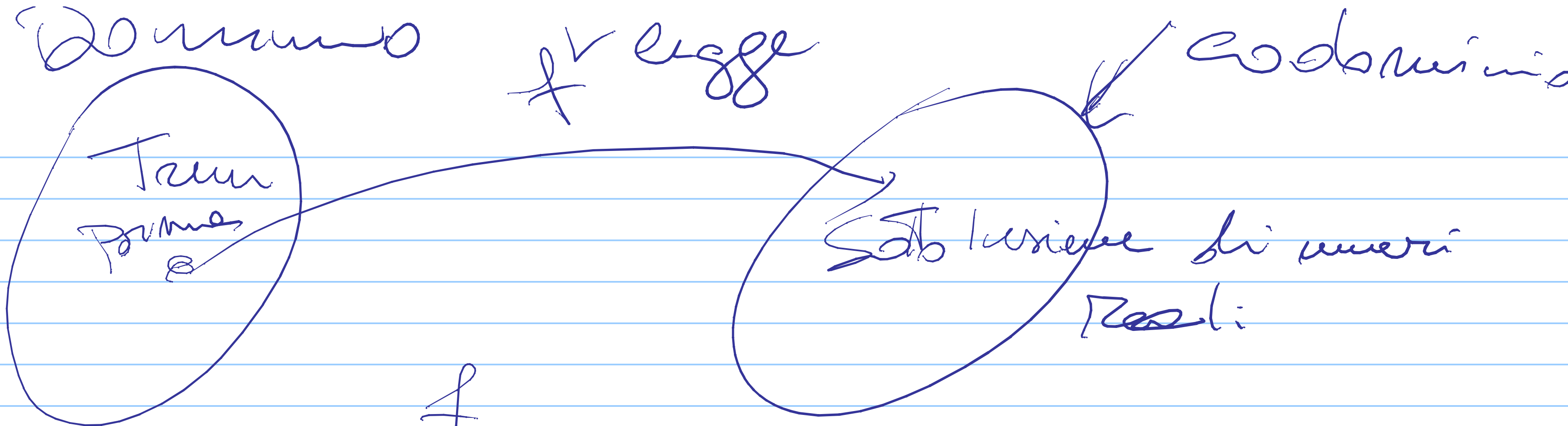
$\forall x \in A \quad \exists !\, y \in B$ t.c. $y = f(x)$

e può essere

- Iniettiva ($f(x) = e^x$ x es.)
- Suriettiva ($f(x) = \log x$ x es)
- Pari ($f(x) = x^2$ x es)
- Dispari ($f(x) = x^3$ x es)
- Periodica ($f(x) = \sin x$ x es)
- etc

Domanda $\exists$ f.ni iniettive ma NON suriettive

" " " & periodiche



$\text{Treno} \xrightarrow{f} \text{Orario di partenza}$

Def $f : A \to B$

Immagine di $f \equiv f(A) = \{ y \in B : \exists x \in A \; y = f(x) \}$

Oss In generale $f(A) \subsetneqq B$

ovvero Immagine di $f \neq$ codominio di f

Esempio $f(x) = x^2$ $\quad f: \underset{(A)}{\mathbb{R}} \longrightarrow \underset{(B)}{\mathbb{R}}$

$\mathbb{R} \equiv$ Codominio di f

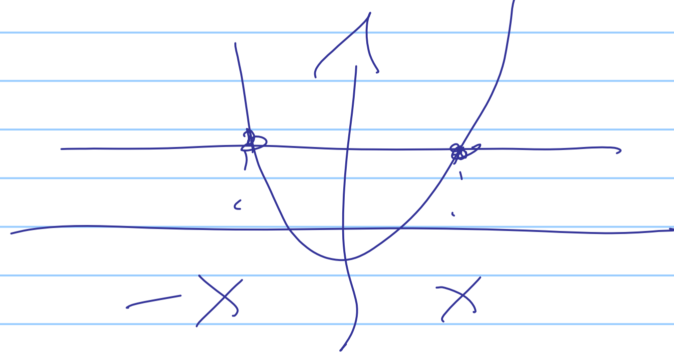
$f(A) = f(\mathbb{R}) = [0, +\infty[$

Esempio $f(x) = x^3$ $\quad f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$\mathbb{R}$ = codominio di f $\equiv$ Immagine di $f = f(\mathbb{R})$

Problema : [redacted]

$f(x)$ pari $f : A \to B$ se $\forall x \in A$ $f(x) = f(-x)$



$f(x) = x^2$ NON è iniettiva

Teorema $f : A \to B$ $A \equiv]-e, e[$

f pari $\Rightarrow$ f NON è iniettiva una funzione pari $f:]-a,a[\to \mathbb{R}$ può essere suriettiva?

SÌ $\quad f(x) = x^2 \quad f: \mathbb{R} \to [0,+\infty[$

è pari e suriettiva

Problema Una funzione periodica $f: \mathbb{R} \to B$

$\to$ può essere suriettiva?

SÌ $\quad f(x) = \operatorname{sen} x \quad f: \mathbb{R} \to [-1,1]$

$\to$ può essere iniettiva?

NO preso $y \in B \cap f(\mathbb{R})$.

(ma $f(\mathbb{R}) \subseteq B$)

preso $y \in f(\mathbb{R})$, allora $\exists\, \bar{x} \in \mathbb{R}$ tale che $f(\bar{x}) = y$

Ma $f(x+T) = f(x)$ dove T è il periodo $\forall x \in \mathbb{R}$

Ma allora $\exists\, \bar{x} \neq \bar{x}+T$ tali che $f(\bar{x}) = f(\bar{x}+T)$

Ma allora f <u>non è</u> iniettiva ////

(<u>Def</u> $f: A \to B$ è iniettiva <u>se</u>

$\forall x, y \in A \quad x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y))$

Abbiamo dimostrato che

$\boxed{\text{\underline{Teorema} } f: \mathbb{R} \to B \text{ periodica allora } f \text{ non è iniettiva}}$

Ha senso considerare, data

$$f: A \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

quale sia

"il più grande insieme A ove ha senso considerare $f(x)$"

cioè

$$\{x \in \mathbb{R} : \exists f(x) \in \mathbb{R}\} \equiv CE(f)$$

$\equiv$ campo o dominio di esistenza di f

<u>Oss</u> $\underset{\text{campo esistenza}}{C.E.}(f) \neq A \equiv$ dominio di f

Esempio $\quad f(x) = \dfrac{x+1}{x^2-4} \qquad f : [3,+\infty[\to \mathbb{R}$

$$\begin{cases} \text{dominio}(f) = [3,+\infty[\\ CE(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq \pm 2\} = \mathbb{R} \setminus \{2,-2\} \end{cases}$$

Esempio $\quad f(x) = \log x \qquad CE(f) =]0,+\infty[$

$f(x) = e^x \qquad CE(f) = \mathbb{R}$

etc.

Le funzioni elementari sono

- $f(x) = x^n \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$
- $f(x) = e^x$

$f(x) = \log x$

- $f(x) = \operatorname{sen} x$ (e la sua inversa)
- $f(x) = \cos x$ (e la sua inversa)

Ma ne ottengo ∞ altre con la

COMPOSIZIONE

$$2 \overset{f}{\longmapsto} 4 \xrightarrow{g} 5$$

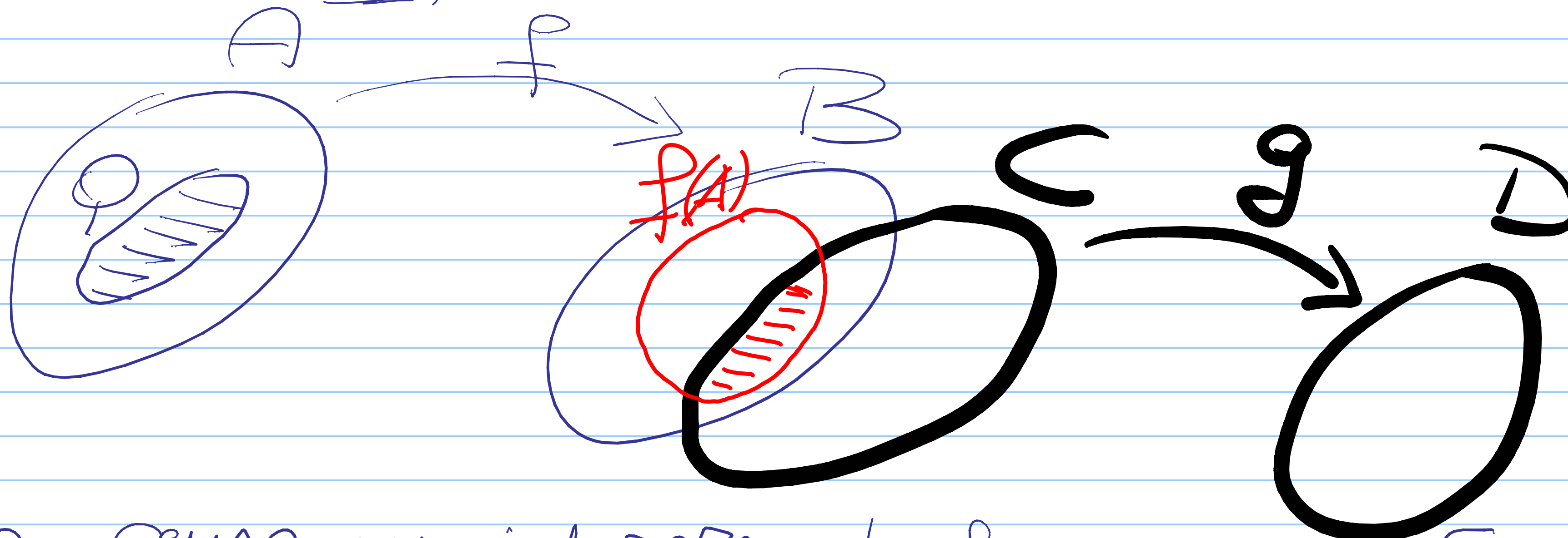
$f(x) = x^2$

$g(x) = \sqrt{3^2 + x^2}$

$$
\begin{tikzcd}
X \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & f(x) \arrow[r, "g"] & g(f(x))
\end{tikzcd}
$$

Def Date $f: A \to B$ e $g: C \to D$

con $f(A) \cap C \neq \emptyset$



ho senso considerare la f.ne composta

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$ definita sull'insieme

$Q = f^{-1}(f(A) \cap C)$

<u>Oss</u> ovviamente si avrà, in generale che $Q \subsetneq A$.

<u>Esempio</u> si consideri

$f(x) = x^3$ e $g(x) = \log(8+x)$

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\qquad g :]-8, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$

mentre $g(f(x)) = \log(8+x^3) = \log(8+f(x))$

$$x \longrightarrow x^3 = f(x) \xrightarrow{g} \log(8+x^3) = g(f(x))$$

risulta definita quando $x^3 \in]-8,+\infty[$

ovvero quando $x \in]-2,+\infty[$

$CE(g \circ f) \equiv]-2,+\infty[\subsetneq \mathbb{R}$

Esercizio: Determinare la funzione composta $g(f(x))$, dove

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{se } x \geq 1 \\ 3-4x & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \log(1+|x|) & \text{se } x > 3 \\ e^{3x} & \text{se } x \leq 3 \end{cases}$$

Soluzione

$$g(y) = \begin{cases} \log(1+|y|) & \text{se } y > 3 \\ e^{3y} & \text{se } y \leq 3 \end{cases}$$

$$(g \circ f)(x) \equiv g(f(x))$$

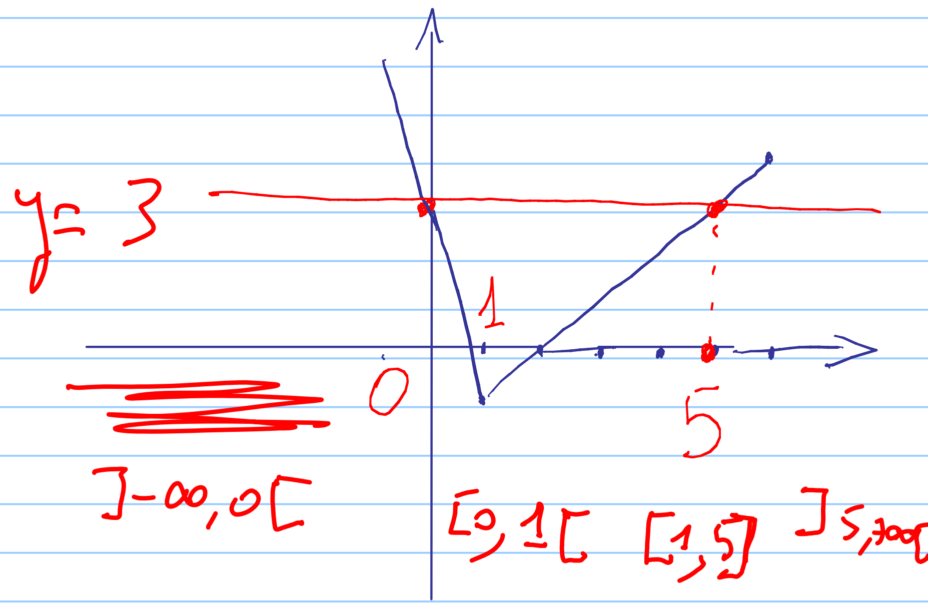
$$= \begin{cases} \log\left(1 + |f(x)|\right) & \text{si } f(x) > 3 \\ e^{3f(x)} & \text{si } f(x) \leq 3 \end{cases}$$

Problema: per quali valori di x si ha

- $f(x) \leq 3$
- $f(x) > 3$

$3-4x=3$ $\qquad$ $x-2=3$

$$f(x)=\begin{cases} x-2 & \text{se } x \geq 1 \\ 3-4x & \text{se } x<1 \end{cases}$$



$f(x) \leq 3$ se $0 \leq x \leq 5$

$f(x) > 3$ se $x<0$ o $5<x$

$$g(f(x)) = \begin{cases} \log(1+|3-4x|) & x<0 \\ e^{3(3-4x)} & 0 \le x < 1 \\ e^{3(x-2)} & 1 \le x \le 5 \\ \log(1+|x-2|) & 5 < x \end{cases}$$

Fine lezione 1 di

martedì 12 ottobre 2010

h 8.30 ÷ 10.30