# Analisi Matematica C - a.a. 2008/09

Esercitazione del 30 aprile 2009

April 28, 2009

## Esercizio (1)

a) *Determinate l'integrale generale dell'equazione differenziale*

$$y' = -\frac{y}{x} + \sin x$$

*quando* $x > 0$.

b) *Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy*

$$\begin{cases} y' &= -\dfrac{y}{x} + \sin x \\ y(\pi) &= 2 \end{cases}$$

## Soluzione (Esercizio 1)

a) *Questa è un'equazione lineare del primo ordine, la cui soluzione è*

$$y(x) = -\cos x + \frac{\sin x}{x} + \frac{c}{x}, \quad c \in R$$

b) $y(x) = -\cos x + \dfrac{\sin x}{x} + \dfrac{\pi}{x}$

## Esercizio (2)

a) *Determinate l'integrale generale dell'equazione differenziale*

$$y' + 3y = 5\cos x + x$$

b) *Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy*

$$\begin{cases} y' + 3y &= 5\cos x + x \\ y(0) &= \frac{25}{18} \end{cases}$$

## Soluzione (Esercizio 2)

a) *Questa è un'equazione lineare del primo ordine, la cui soluzione è*

$$y(x) = ce^{-3x} + \frac{3}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x + \frac{x}{3} - \frac{1}{9}, \quad c \in R$$

b) $y(x) = \frac{3}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x + \frac{x}{3} - \frac{1}{9},$

## Esercizio (3)

*Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy*

$$\begin{cases} y' &= y^2(x-1) \\ y(0) &= -1 \end{cases}$$

## Soluzione (Esercizio 3)

*Questa è un'equazione differenziale a variabili separabili. La soluzione è*

$$y(x) = -\frac{1}{\frac{x^2}{2} - x + 1}$$

.

## Esercizio (4)

a) *Determinate l'integrale generale dell'equazione differenziale*

$$y' = x(y + x^2).$$

b) *la soluzione del seguente problema di Cauchy*

$$\begin{cases} y' &= x(y + x^2) \\ y(1) &= -2 \end{cases}$$

## Soluzione (Esercizio 4)

a) *L'integrale generale cercato è*

$$y(x) = ce^{x^2/2} - x^2 - 2, \qquad c \in R.$$

b) $y(x) = e^{(x^2-1)/2} - x^2 - 2$

## Esercizio (5)

a) *Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy*

$$\begin{cases} y' &= x^2y^2 + yx^2 \\ y(0) &= 1 \end{cases}$$

b) *Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy*

$$\begin{cases} y' &= x^2y^2 + yx^2 \\ y(0) &= 0 \end{cases}$$

c) *Determinate la soluzione del seguente problema di Cauchy*

$$\begin{cases} y' &= x^2y^2 + yx^2 \\ y(0) &= -1 \end{cases}$$

## Soluzione (Esercizio 5)

*$y' = x^2(y^2 + y)$ è un'equazione a variabili separabili. Questa ha le soluzioni costanti $y_1(x) = 0$ e $y_2(x) = -1$. Il suo integrale generale (a cui vanno aggiunte le due soluzioni costanti trovate in precedenza) è il seguente*

$$y(x) = \frac{ce^{x^3/3}}{1 - ce^{x^3/3}}, \quad c \in R$$

a) $y(x) = \dfrac{e^{x^3/3}}{2 - e^{x^3/3}}$.

b) $y(x) = 0$.

c) $y(x) = -1$.